

Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

1. Цель работы

В качестве примера для исследования устойчивости линейных систем можно рассмотреть систему управления углом тангажа летательного аппарата. Углом тангажа называется угол между продольной осью летательного аппарата и горизонтальной плоскостью. Угол тангажа обозначается буквой θ . Управление величиной угла тангажа $y = \theta$ осуществляется путем изменения положения δ рулей хвостового оперения летательного аппарата (рулей высоты). Измерение угла тангажа $y = \theta$ осуществляется с помощью гироскопа, сигнал с выхода которого поступает на устройство сравнения величины угла тангажа $y = \theta$ с желаемым значением $r = \theta^d$. Сигнал величины отклонения угла тангажа от желаемого значения $e = r - y$ (ошибка регулирования) поступает на усилитель с коэффициентом усиления k_1 . Сигнал u с выхода усилителя поступает на привода рулей высоты. Математическая модель привода рулей высоты рассматривается в виде апериодического звена первого порядка. Динамическая модель летательного аппарата представлена в виде звена второго порядка. Структурная схема исследуемой системы представлена на рис.2.1.

В данной лабораторной работе требуется исследовать влияние параметров линейной системы (рис.2.1) на ее устойчивость.



Рис.2.1. Структурная схема исследуемой системы

2. Краткое теоретическое введение

Пусть передаточная функция линейной системы имеет следующий вид

$$W(p) = \frac{b_n p^{n-1} + \dots + b_3 p^2 + b_2 p + b_1}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_3 p^2 + a_2 p + a_1}.$$

Алгебраический критерий устойчивости Гурвица (Hurwitz) основан на исследовании свойств матрицы, составленной из коэффициентов характеристического полинома системы:

$$H = \begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & 0 \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_1 \end{bmatrix}.$$

Критерий Гурвица: Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все главные диагональные миноры матрицы Гурвица были строго больше нуля.

Анализ устойчивости по критерию Михайлова предполагает построение на комплексной плоскости годографа

$$A(j\omega) = (j\omega)^n + a_n(j\omega)^{n-1} + \dots + a_2(j\omega) + a_1$$

при изменении ω от 0 до ∞ .

Критерий Михайлова: Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова начинался при $\omega = 0$ на положительной вещественной полуоси и проходил последовательно n квадрантов против часовой стрелки, устремляясь в n -м квадранте в ∞ .

Пусть $W_p(j\omega)$ есть частотная передаточная функция разомкнутой системы. График функции $W_p(j\omega)$ на комплексной плоскости, полученный при изменении ω от 0 до ∞ , есть амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) разомкнутой системы, которая называется годографом Найквиста.

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по виду АФХ разомкнутой системы.

Критерий Найквиста: Если разомкнутая система устойчива или нейтрально устойчива, то замкнутая система будет устойчивой в том случае, когда АФХ разомкнутой системы $W_p(j\omega)$ не охватывает точку $(-1, j0)$ при изменении ω от 0 до ∞ .

3. Методические указания

Работа выполняется с помощью пакета программ Matlab/Simulink.

Для экспериментального определения критического значения исследуемого параметра его необходимо изменить в несколько раз по сравнению с исходным значением и проанализировать вид полученных переходных процессов в системе. Если при одном параметре система была устойчива, а при другом - неустойчива, то критическое значение находится внутри выделенного интервала, и найти его можно, например, методом половинного деления.

Наличие незатухающих колебаний постоянной амплитуды на выходе

свидетельствует о положении системы на колебательной границе устойчивости.

4. Порядок выполнения работы

4.1. Набрать модель исследуемой системы, параметры которой приведены в таблице 2.1. Номер варианта соответствует порядковому номеру бригады.

4.2. Подавая на вход единичное скачкообразное воздействие, получить переходные процессы в системе при заданных параметрах. На экран графического монитора выводить входной (r), выходной сигналы (y) и ошибку (e).

Таблица 2.1.

Номер варианта	k_1	k_2	T_2	k_3	T_3	d
1	1	1.5	0.4	4	1.2	1.2
2	5	0.8	0.2	3	1	1
3	2	1	0.1	2	0.8	0.8
4	3	2	0.3	2	1.5	1.5
5	1.5	4	0.5	1	0.9	0.9
6	2.5	1.5	0.2	2	1	1
7	4	0.6	0.2	2	0.7	0.7
8	2	1	0.5	1	0.6	0.6

4.3. Экспериментально определить критическое значение коэффициента передачи k_1 , т.е. такие значения, при которых система находится на границе устойчивости. Сравнить их с расчетными значениями, найденными с помощью критерия Найквиста.

4.4. Построить переходный процесс при $k_1 = 0.8 k_{1кр}$, проанализировать результаты.

4.5. Увеличить коэффициент d в два раза по сравнению с исходным значением и определить $k_{1кр}$. Затем уменьшить d в два раза и найти $k_{1кр}$. Построить зависимость $k_{1кр} = k_{1кр}(d)$.

4.6. Найти экспериментальное критическое значение $d_{кр}$. Сравнить с $d_{кр}$, рассчитанным с помощью критерия Гурвица.

4.7. Воспользовавшись критерием Михайлова, найти $T_{2кр}$. Определить критические значения $T_{2кр}$ экспериментально и проанализировать результаты.

5. Содержание отчета

5.1. Цель работы.

5.2. Структурная схема исследуемой системы и численные значения параметров.

5.3. Рассчитанные и экспериментально найденные критические значения параметров.

5.4. График переходного процесса исследуемой системы при табличных значениях параметров.

5.5. График переходных процессов при $k_I = k_{Iкр}$ и $k_I = 0.8 k_{Iкр}$.

5.6. График зависимости $k_{Iкр}(d)$.

6. Контрольные вопросы

6.1. Как формулируется основное условие устойчивости линейных систем?

6.2. Как по АФХ исследуемой разомкнутой системы найти $k_{Iкр}$?

6.3. Каким образом коэффициент передачи разомкнутой системы влияет на вид годографа Михайлова?

6.4. В каком случае система находится на аperiодической границе устойчивости?

6.5. В каком случае система находится на колебательной границе устойчивости?

6.6. Какой вид имеет переходная характеристика системы, находящейся на колебательной границе устойчивости?

6.7. Каковы условия положения системы на границе устойчивости по критериям Гурвица, Михайлова, Найквиста?