

## Лабораторная работа № 5

### МОДАЛЬНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ

#### 1. Цель работы

Исследование матричной процедуры модального метода синтеза линейных непрерывных одноканальных систем статического типа, методики практической реализации данного класса алгоритмов управления на основе применения наблюдателей состояния.

#### 2. Основные сведения

В данной лабораторной работе предлагается синтезировать систему управления статического типа для модели объекта управления, заданной передаточной функцией вид:

$$W(p) = \frac{b_2 p + b_1}{a_3 p^2 + a_2 p + a_1}. \quad (5.1)$$

Матричная процедура модального метода синтеза основана на использовании модели объекта управления в виде уравнений состояния. От передаточной функции (5.1) перейдем к системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx. \end{cases} \quad (5.2)$$

Построение статической системы с использованием матричной процедуры модального метода синтеза предполагает задание следующего закона управления:

$$u = Kx + Dr.$$

Запишем уравнение замкнутой системы в виде

$$\dot{x} = (A + BK)x + BDr,$$

где  $K = [k_1 \quad k_2]$ .

Получим характеристический полином замкнутой системы:

$$A(p) = \det(pI - A - BK).$$

Затем на основании заданных показателей качества переходного процесса формируется желаемый полином:

$$A_{\text{ж}}(p) = p^2 + a_2^{\text{ж}} p + a_1^{\text{ж}}.$$

Характеристический полином замкнутой системы приравнивается к желаемому полиному, из получившейся системы уравнений находятся коэффициенты матрицы обратной связи  $k_1$  и  $k_2$ .

Запишем уравнения замкнутой системы для установившегося режима, когда  $\dot{x} = 0$  и  $r = \text{const}$ :

$$0 = (A + BK)x^0 + BDr,$$

$$x^0 = -(A + BK)^{-1} BD r,$$

$$y^0 = Cx^0 = -C(A + BK)^{-1} BD r.$$

Так как цель функционирования замкнутой системы состоит в выполнении равенства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = r,$$

то выражение для нахождения  $D$  имеет вид

$$D = -\frac{1}{C(A + BK)^{-1} B}.$$

Обобщенная структурная схема системы управления при доступном для измерения векторе состояния представлена на рис. 5.1.

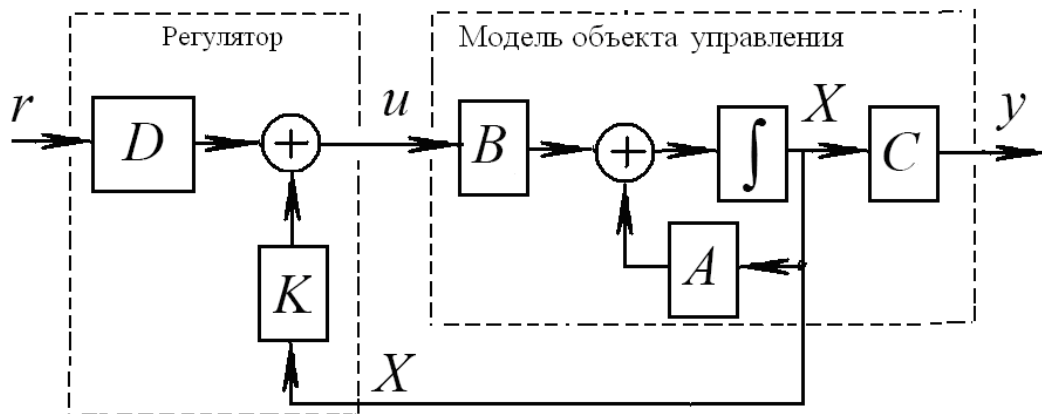


Рис. 5.1. Обобщенная структурная схема системы управления

В случае, когда вектор состояния  $X(t)$  является недоступным для непосредственного измерения, тогда для практической реализации обсуждаемого алгоритма управления используют оценку вектора состояния, получаемую с помощью фильтра оценки состояния (наблюдателя вектора состояния).

Уравнения наблюдателя вектора состояния имеют вид:

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + L(y - \hat{y}), \quad \hat{X}(t_0 = 0) = \hat{X}_0$$

$$\hat{y} = C\hat{X}$$

где  $L$  - вектор столбец.

Обобщенная структурная схема системы управления при недоступном для измерения векторе состояния представлена на рис. 5.2.

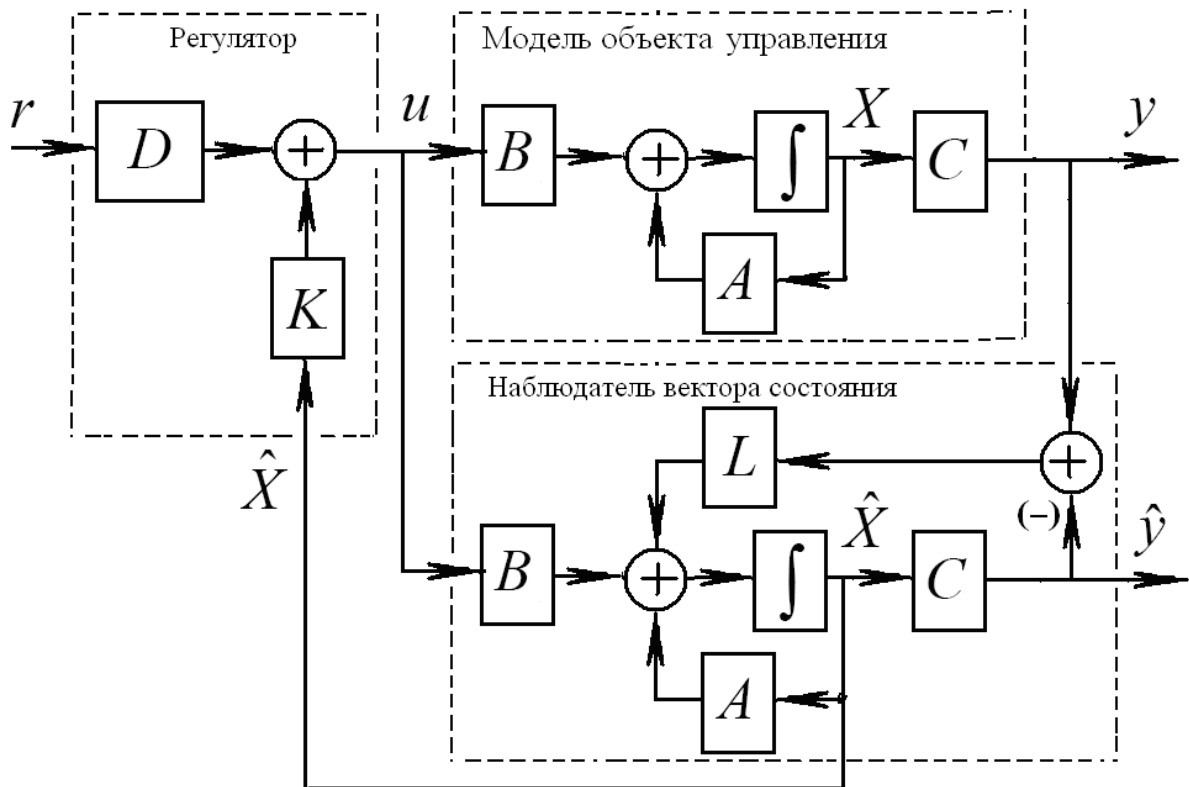


Рис. 5.2. Обобщенная структурная схема системы управления с наблюдателем вектора состояния

Уравнение для ошибки наблюдения  $E = X - \hat{X}$  имеет вид

$$\dot{E} = (A - LC)E, \quad E(t_0 = 0) = E_0.$$

Характеристический полином уравнения для ошибки наблюдения

$$A_{\text{набл}}(p, L) = \det(pI_n - A + LC).$$

В соответствии с требованиями на показатели качества переходных процессов для ошибки наблюдения, формируется желаемый характеристический полином уравнения ошибки наблюдения

$$A_{\text{набл}}^{\text{жел}}(p) = (p - p_1^{\text{набл}})(p - p_2^{\text{набл}})$$

Основное расчетное соотношение для вычисления  $L$  имеет вид

$$A_{\text{набл}}(p, L) = A_{\text{набл}}^{\text{жел}}(p).$$

В соответствии с теоремой разделения, расчет параметров регулятора и наблюдателя может быть выполнен независимо друг от друга. Желаемое время переходных процессов в наблюдателе состояния задается в 5-8 раз меньше по отношению к желаемому времени переходных процессов в объекте управления с целью уменьшения погрешности оценки вектора состояния объекта.

## 2. Порядок выполнения работы

2.1. В соответствии с выполняемым вариантом лабораторной работы, для заданной передаточной функции

$$W(p) = \frac{b_2 p + b_1}{a_3 p^2 + a_2 p + a_1}$$

получить модель в виде системы дифференциальных уравнений в управляемой канонической форме, где параметры передаточной функции заданы в Табл. 5.1. Вычислить нули и полюса заданной передаточной функции. Проверить выполнение свойств управляемости и наблюдаемости модели объекта управления.

2.2. Используя средства пакета программ численного моделирования Matlab/Simulink, сформировать структурную схему, представленную на Рис.5.3, где полученная модель в виде системы дифференциальных уравнений в форме Коши реализована средствами Simulink в виде структурной схемы в подсистеме Model.

2.3. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.3 с целью проверки правильности полученной модели в форме дифференциальных уравнений путем сравнения поведения выхода полученной модели с поведением выхода звена с заданной передаточной функцией  $W(p)$ .

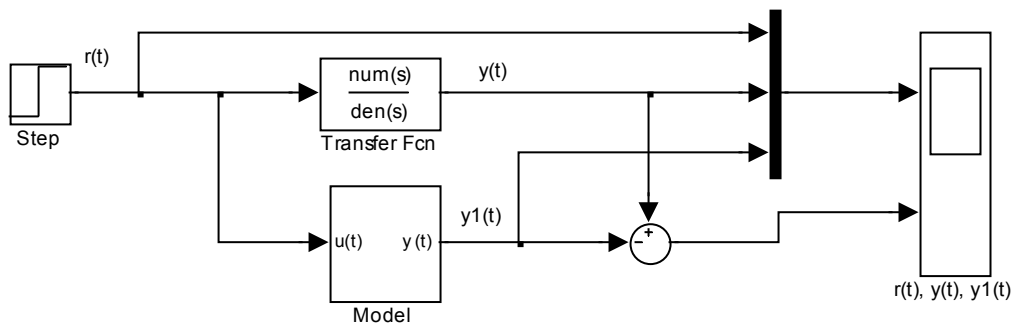


Рис.5.3

2.4. Выполнить расчет параметров регулятора (матрицы  $K$  и коэффициента  $D$ ) в соответствии с требованиями на величину времени переходного процесса и перерегулирования для процессов по выходной переменной, заданными в Таблице 5.1. Реализовать полученный алгоритм управления для модели объекта средствами Simulink в виде структурной схемы, представленной на Рис.5.4. Выполнить численное моделирование системы, сравнить показатели качества переходных процессов с заданными требованиями.

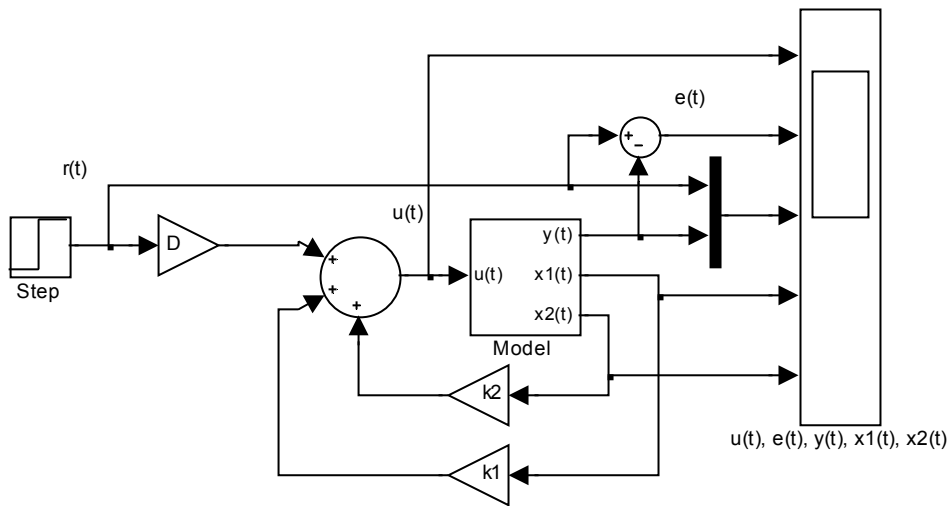


Рис.5.4

2.5. Выполнить расчет параметров наблюдателя вектора состояния для модели в виде системы дифференциальных уравнений в форме Коши. Обеспечить формирование длительности процессов для ошибки наблюдения в 5-8 раз меньше, чем длительность формируемых процессов по выходной переменной  $y(t)$ . Реализовать наблюдатель вектора состояния средствами Simulink в виде структурной схемы. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.5. Рассмотреть показатели качества переходных процессов для ошибки наблюдения вектора состояния. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.5. для нулевых и ненулевых начальных условий наблюдателя вектора состояния, и сравнить полученные переходные процессы для ошибки наблюдения.

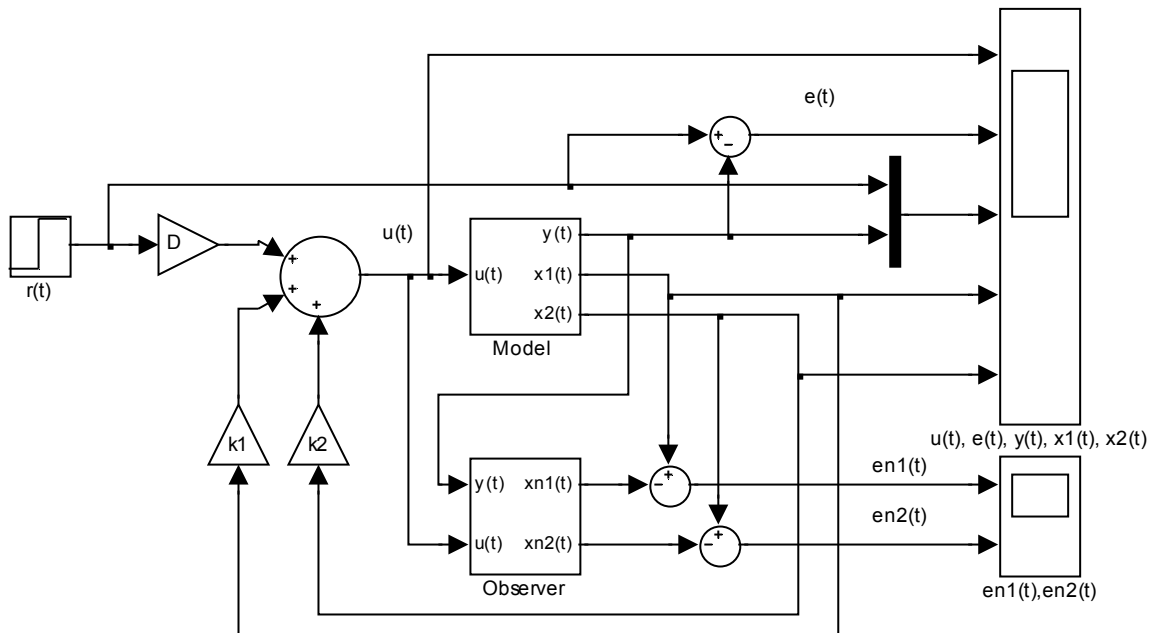


Рис.5.5

2.6. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.6 для системы с обратной связью по оценкам вектора состояния, полученным в

наблюдателе вектора состояния. Сравнить полученные результаты моделирования с результатами пункта 2.4. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.6. для нулевых и ненулевых начальных условий наблюдателя вектора состояния, и сравнить полученные переходные процессы для поведения выхода системы, управляющего воздействия и ошибки наблюдения компонент вектора состояния.

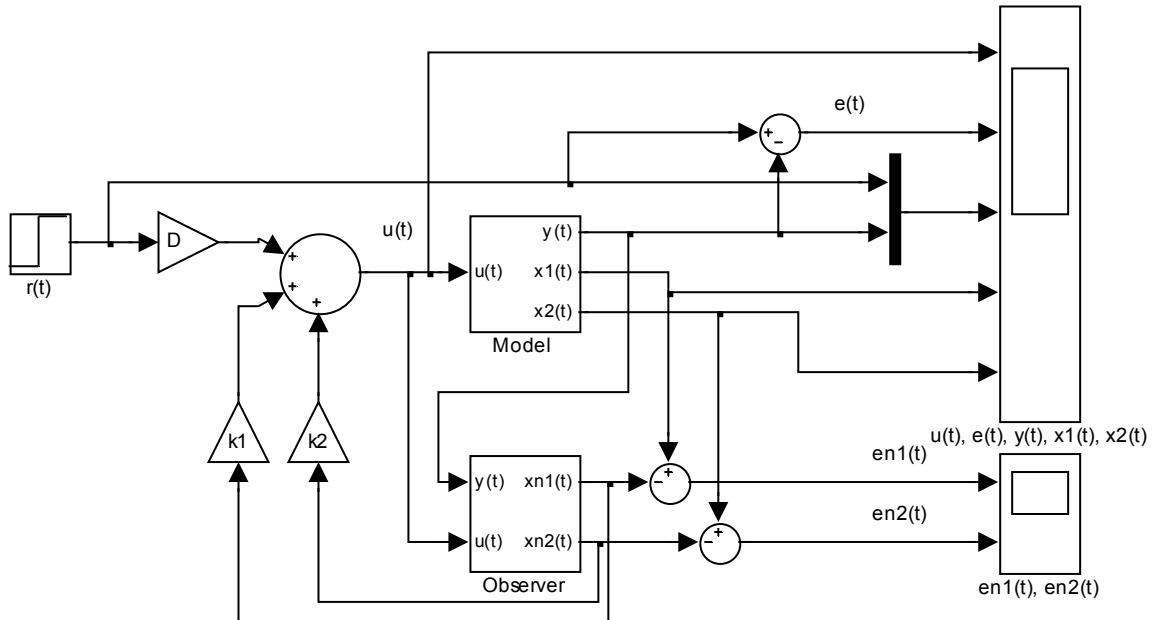


Рис.5.6

2.7. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.7, где модель в виде системы дифференциальных уравнений в форме Коши заменена исходной непрерывной моделью объекта управления в виде передаточной функции  $W(p)$ . Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.7 для нулевых и ненулевых начальных условий наблюдателя вектора состояния. Сравнить полученные результаты моделирования с результатами пункта 2.6. Выполнить численное моделирование системы на Рис.5.7. при нулевом и ненулевом ступенчатом возмущающем воздействии  $f(t)$ .

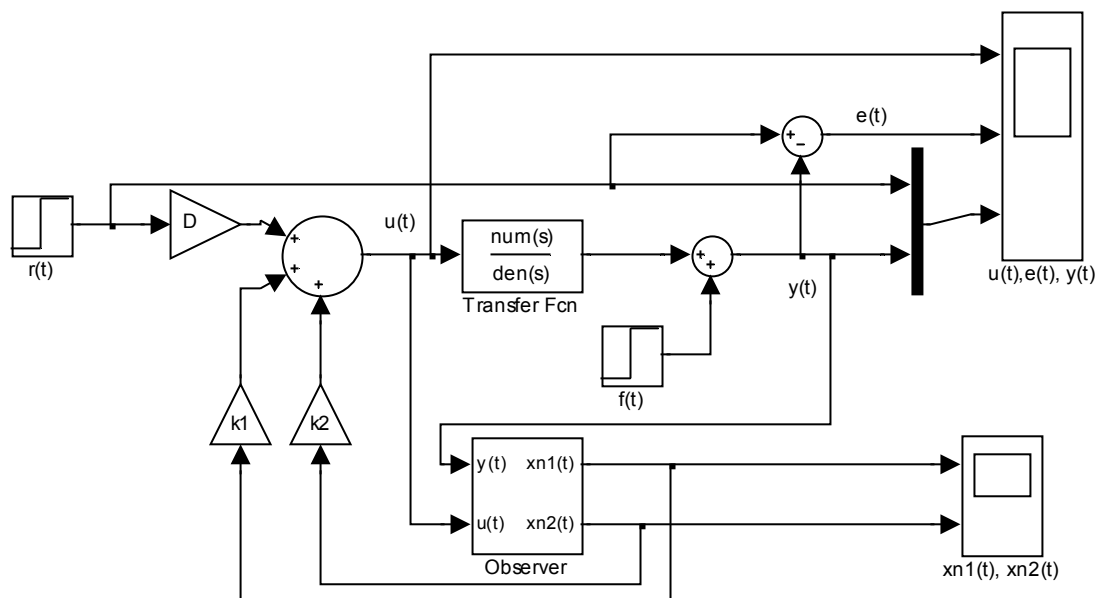


Рис.5.7

Таблица 5.1

Вар-т	Параметры					
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$t_{II}(c); \sigma(\%)$
1	-1	0	1	1	0.5	2; 10
2	1	0	1	2	1	3; 0
3	-1	-1	2	2	0	4; 20
4	1	2	1	-0.5	1	5; 0
5	2	-3	1	2	1	3; 10
6	1	-3	2	3	0	4; 20
7	2	-3	1	-1	2	2; 0
8	-2	-1	1	-0.5	1	3; 20

### 3. Содержание отчёта

- 3.1. Результаты аналитических вычислений, схемы моделирования исследуемых систем.
- 3.2. Экспериментально полученные переходные процессы.
- 3.3. Выводы по результатам сравнения аналитических вычислений и результатов численного моделирования.

### 4. Контрольные вопросы

- 4.1. Расчетные соотношения модального метода синтеза статических систем.
- 4.2. Расчет наблюдателя вектора состояния.
- 4.3. Условия управляемости и наблюдаемости модели объекта управления.