Математические основы теории систем. РГЗ-2

Темы: Собственные числа и собственные вектора матриц. Алгебраическая и геометрическая кратность, дефект собственного числа матрицы. Линейное преобразование. Преобразование координат. Подобные матрицы. Канонические формы матриц.

9. Найти собственные числа и собственные вектора матрицы.

9.1.
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

9.2.
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

9.3.
$$C = \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ 18 & -12 \end{bmatrix}$$

9.4.
$$D = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

9.5.
$$F = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

9.6.
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

9.7.
$$H = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 7 & 16 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

9.8.
$$L = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -5 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

9.9.
$$M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

9.10.
$$N = \begin{bmatrix} 19 & -11 & 2 \\ 19 & -11 & 1 \\ -20 & 12 & -2 \end{bmatrix}$$

9.11.
$$K = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -8 & 3 \end{bmatrix}$$

9.12.
$$P = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

9.13.
$$Q = \begin{bmatrix} -5 & 10 & 14 \\ -5 & 10 & 13 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

10. Пусть линейному преобразованию $y = \mathcal{A}x$ линейного пространства в базисом $e_1, \ldots, e_n$ соответствует матрица A. Требуется найти матрицу $\bar{A}$ данного преобразования в базисе $f_1, \ldots, f_n$.

10.1.
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

10.2.
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 6 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, f_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

10.3.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}, f_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

11. Привести следующие матрицы к нормальной Жордановой форме и определить соответствующие матрицы преобразования координат.

11.1.
$$A = \begin{bmatrix} 8 & -8 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

11.2.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & -0.8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

11.3.
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

12. Привести следующие матрицы к канонической диагональной и строчной сопровождающей (фробениусовой) форме. Построить матрицы приведения подобия к указанным каноническим формам.

12.1.
$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$$

12.2.
$$A = \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

12.3.
$$A = \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 5 & -9 \end{bmatrix}$$

12.4.
$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

12.5.
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 7 & 16 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

12.6.

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -5 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

13. Привести следующие матрицы к блочно-диагональной канонической форме. Построить матрицы приведения подобия к указанной канонической форме.

13.1.

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -8 & 3 \end{bmatrix}$$

13.2.

$$A=\begin{bmatrix} 9 & -5 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

13.3.

$$A=\begin{bmatrix} -5 & 10 & 14 \\ -5 & 10 & 13 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$