Математические основы теории систем. РГЗ-4

Темы: Применение алгоритма Фаддеева-Леверье для вычислениия матричной экспоненты. Классификация типов особых точек (точек равновесия). Решение уравнения Ляпунова и анализ устойчивости линейной системы. Критерий управляемости. Преобразование линейной системы к управляемой канонической форме. Критерий наблюдаемости. Преобразование линейной системы к наблюдаемой канонической форме.

22. Применяя алгоритм Фаддеева-Леверье, найти для заданной матрицы A аналитическое выражение матричной экспоненты e^{At}.

22.1.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

22.2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

22.3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

22.4.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

22.5.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

22.6.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

22.7.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

22.8.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

23. Определить тип точки равновесия динамической системы $\dot{x} = Ax$ для заданной матрицы A.

23.1.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

23.2.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

23.3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

23.4.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

23.5.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

23.6.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

23.7.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

23.8.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

24. Проверить устойчивость динамической системы $\dot{x} = Ax$ путем анализа свойств матрицы, являющейся решением уравнения Ляпунова.

24.1.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

24.2.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

24.3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

24.4.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

24.5.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

24.6.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

24.7.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

24.8.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

24.9.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -7 & -16 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

24.10.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -10 & -14 \\ 5 & -10 & -13 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

24.11.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

24.12.

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

24.13.

$$A=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

25. Проверить свойство управляемости динамической системы $\dot{x}=Ax+Bu$, $y=Cx$. Найти управляемое каноническое представление системы и соответствующее преобразование системы к данному представлению.

25.1.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

25.2.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

25.3.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 4 \\ -1 & -4 & 6 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 1 & 5 & -8 \end{bmatrix}$$

25.4.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

26. Проверить свойство наблюдаемости динамической системы $\dot{x}=Ax+Bu$, $y=Cx$. Найти наблюдаемое каноническое представление системы и соответствующее преобразование системы к данному представлению.

26.1.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}$$

26.2.

$$A=\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}$$

26.3.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

26.4.

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$