

**Темы, выносимые на экзамен по дисциплине  
"Математические основы теории систем "**

1. Элементы теории матриц. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами. Ранг матрицы. Определитель. Свойства определителей.
2. Функциональные матрицы. Операции с функциональными матрицами.
3. Линейные (векторные) пространства. Операции над элементами линейного пространства. Линейная зависимость векторов. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства. Линейное подпространство. Линейное многообразие.
4. Линейные преобразования линейных пространств. Матрица перехода от одного базиса к другому базису. Преобразование координат. Преобразование подобия. Матричные инварианты преобразования подобия.
5. Системы линейных уравнений. Совместные, несовместные системы. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера.
6. Системы линейных дифференциальных уравнений. Векторная форма записи систем линейных дифференциальных уравнений. Общий вид решения автономной и неавтономной систем линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений систем линейных дифференциальных уравнений. Матричная экспонента и ее свойства.
7. Преобразование Лапласа и его свойства. Решение систем линейных дифференциальных уравнений на основе преобразования Лапласа. Передаточная функция линейных динамических систем. Операторная форма записи линейных динамических систем. Структурные схемы линейных динамических систем.
8. Собственные вектора и собственные значения линейного преобразования. Характеристическая матрица для заданной матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Алгебраическая и геометрическая кратность собственных чисел. Дефект собственного числа.
9. Канонические формы матриц. Приведение матрицы линейного преобразования к диагональному виду. Приведение матрицы линейного преобразования к нормальной Жордановой форме. Клетки Жордана. Блочно-диагональная каноническая форма для случая комплексно-сопряженных корней характеристического полинома матрицы. Комбинированные блочно-диагональные канонические формы.
10. Строчная нормальная сопровождающая (Фробениусова) форма матриц. Столбцовая нормальная (Фробениусова) форма матриц. Преобразование матриц к нормальной сопровождающей (Фробениусовой) форме.
11. Евклидовы пространства. Унитарные пространства. Скалярное произведение и его свойства. Норма вектора (векторная норма Гёльдера, абсолютная, квадратичная, бесконечная). Эквивалентность норм. Неравенство Коши-Буняковского. Норма матрицы. Операторная (индуцированная) норма матрицы, столбцовая индуцированная норма, строчная индуцированная норма, спектральная норма матрицы. Евклидова (Фробениусова) норма матрицы.
12. Ортогональность векторов. Ортогональная система векторов. Ортонормированная система векторов. Процедура ортогонализации Грамма-Шмидта
13. Симметричные линейные преобразования и их свойства. Ортогональные преобразования.
14. Квадратичные формы. Преобразование координат для квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Ранг квадратичной формы. Положительный и отрицательный индексы инерции квадратичной формы. Положительно определенная квадратичная форма. Отрицательно определенная квадратичная форма. Критерий Сильвестра.

15. Функции квадратных матриц. Матричный полином. Бесконечные ряды и аналитические функции матриц. Применение Жордановых форм для вычисления матричных полиномов.
16. Теорема Гамильтона-Кэли и ее применения. Вычисление обратной матрицы. Понижение степени матричного полинома. Вычисление аналитических функций с матричным аргументом.
17. Методы вычисления матричной экспоненты на основе применения теоремы Гамильтона-Кэли, форм Жордана, преобразования Лапласа, алгоритма Фаддеева-Левере.
18. Анализ устойчивости линейных систем. Применение форм Жордана для матричной экспоненты при анализе устойчивости линейных систем. Классификация точек равновесия в системах второго порядка.
19. Применение квадратичных форм для анализа устойчивости решений линейных однородных дифференциальных уравнений. Уравнение Ляпунова.
20. Управляемость линейных динамических систем. Критерий управляемости. Управляемое каноническое представление линейных динамических систем (управляемая каноническая форма). Преобразование к управляемому каноническому представлению.
21. Наблюдаемость линейных динамических систем. Критерий наблюдаемости. Наблюдаемое каноническое представление линейных динамических систем (наблюдаемая каноническая форма). Преобразование к наблюдаемому каноническому представлению.