МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

681.51.01 (076)

Г.А.Французова, О.Я.Шпилевая, В.Д.Юркевич

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

(Часть 1)

Учебное пособие

Новосибирск
2000

УДК 681.51.01 (076)

Французова Г.А., Шпилевая О.Я., Юркевич В.Д. Сборник задач по теории автоматического управления. Часть 1: Учебное пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. –

В учебном пособие приводятся задачи по курсу “Теория автоматического управления. Линейные системы” для практических занятий и самостоятельной работы, а также примеры их решения. Пособие предназначено для студентов высших технических учебных заведений, обучающихся по специальностям 210100, 220400, 210800, 210806, 200300.

Табл. , рис. , список литературы

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. А.С. Анисимов,
д-р техн. наук, проф. В.В.Панкратов

Работа подготовлена на кафедре автоматики

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Дифференциальные уравнения. Пространство состояний.

Пример 1.1. Модель объекта управления имеет вид $\ddot{y} + 5\dot{y} + 7y = 10u.$ Записать уравнения состояния объекта.

Решение. Выбираем переменные состояния $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$. Для каждой из переменных состояния записываем дифференциальное уравнение первого порядка с учетом исходного уравнения объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -7x_1 - 5x_2 + 10u. \end{cases}$$

Задачи

1.1. Для объекта, заданного принципиальной схемой (рис. 1.1), записать уравнения состояния.

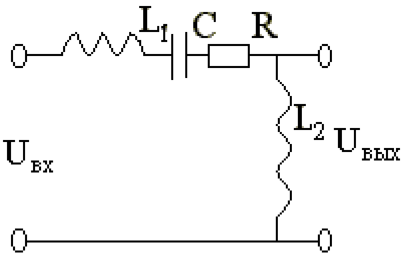


Рис.1.1.

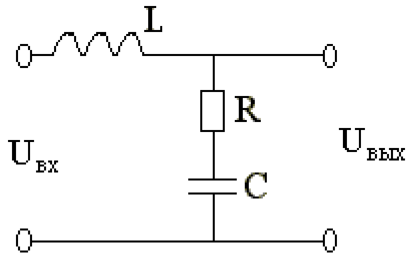


Рис.1.2.

1.2. Для электрической цепочки (рис 1.2), где R=400 Ом, C=2*10^{-3} ф, L=100 гн, составить математическую модель относительно входной и выходной переменных, определить коэффициенты модели.

1.3. Дана *R*-*C* цепочка (рис. 1.3). Требуется составить математическую модель относительно входной и выходной переменной, определить коэффициенты дифференциального уравнения для исходных данных табл. 1.1.

Таблица 1.1

Знач \ Вар	1	2	3	4	5
R_1, Ом	400	100	25	80	160
R_2, Ом	400	50	50	100	200
C_1, ф	5*10^{-6}	2*10^{-6}	10^{-7}	10^{-6}	4*10^{-8}

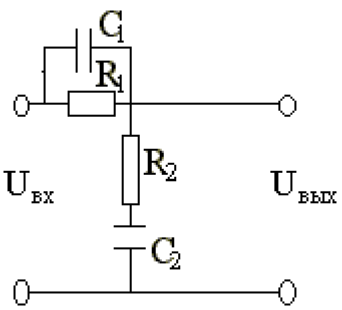


Рис.1.3.

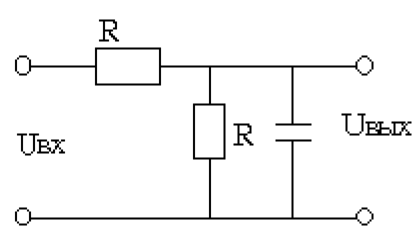


Рис.1.4.

1.4.Дана электрическая цепочка (рис. 1.4), записать дифференциальное уравнение относительно входных и выходных переменных.

1.5. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис. 1.5), где R_1=R_2=2

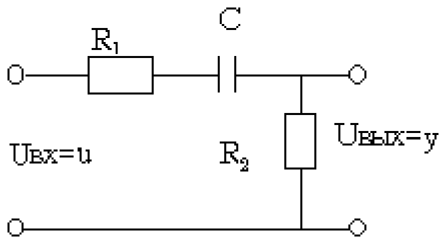


Рис. 1.5.

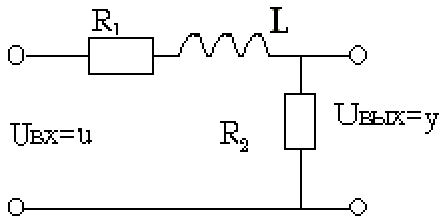


Рис.1.6.

kОм; C=1 мкф.

1.6. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис. 1.6) , где R_1=R_2=2 kОм; L=0,02 гн.

1.7. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис. 1.7), где R_1=1 kОм; R_2=2 kОм; C_1=C_2=1 мкф.

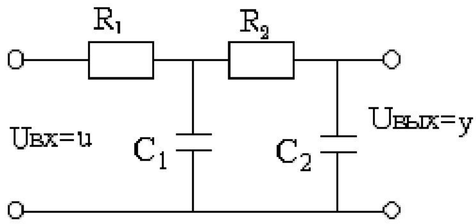


Рис.1.7.

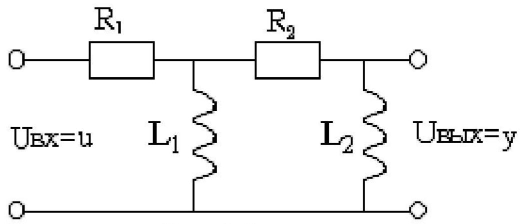


Рис.1.8.

1.8. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис. 1.8), где L_1=1 Гн, L_2=1 гн, R_1=1 кОм, R_2=2 кОм.

1.9. Для электрической цепочки (рис. 1.9) записать математическую модель в пространстве состояний, введя координаты состояния следующим образом $x_1 = y$, $x_2 = a_1\dot{y} + x_1$.

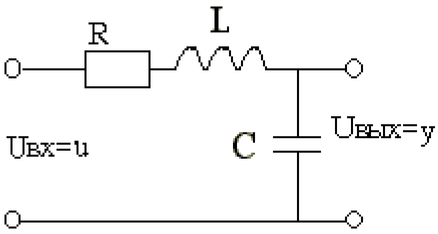


Рис.1.9.

1.10. Модель объекта управления (ОУ) имеет вид $4\ddot{y}+2\dot{y}+3y=3u.$

Записать это уравнение в форме Коши.

1.11. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид $\dddot{y}+5\ddot{y}+\dot{y}+2y=3u.$ Записать дифференциальные уравнения состояния.

1.12. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид $\ddot{y}-3\dot{y}+y=10u.$ Записать дифференциальные уравнения состояния.

1.13. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид $\ddot{y}+\dot{y}+7y=2u.$ Определить матрицы $A,B,C.$

1.14. Дано описание системы в виде дифференциального уравнения относительно входной и выходной переменных $0.5\dddot{y}+4\ddot{y}+3\dot{y}+2y=1.5u.$ Требуется записать модель в пространстве состояний, определить матрицы $A,B,C.$

1.15. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$$\begin{cases} 2\ddot{x}+7\dot{x}-6x=8u, \\ y=3x-\dot{x}. \end{cases}$$

Записать дифференциальные уравнения состояния.

1.16. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$$\begin{cases} \dddot{x}+4\ddot{x}-\dot{x}=5u, \\ y=x+3\dot{x}+\ddot{x}. \end{cases}$$

Определить матрицы $A,B,C.$

1.17.Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид $\ddot{y}+3\dot{y}+y=2\dot{u}+u.$ Определить матрицы $A,B,C.$

1.18. Модель объекта управления имеет вид $4\ddot{y}+2\dot{y}+y=3\dot{u}+2u.$ Записать уравнение ОУ в форме Коши.

1.19. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$$\dddot{y}+3\ddot{y}-\dot{y}+y=\ddot{u}+2\dot{u}+5u.$$

Определить матрицы $A,B,C.$

1.20. Модель объекта управления имеет вид

$$2\dddot{y}+4\ddot{y}+5\dot{y}+3y=4\ddot{u}+3\dot{u}+2u.$$

Записать уравнение ОУ в форме Коши.

1.21. Модель объекта управления имеет вид

$$2\dddot{y}+5\dot{y}+3y=4\ddot{u}+5\dot{u}+u.$$

Записать уравнение ОУ в форме Коши.

1.22. Известна математическая модель объекта

$$\begin{cases} x^{(4)} + 5\dddot{x} + 2\ddot{x} - x = 7u, \\ y = 2x - \dot{x} + 3\ddot{x}. \end{cases}$$

Определить матрицы A,B,C.

1.23. Известна математическая модель объекта

$$\begin{cases} x^{(4)} + 7\dddot{x} + 2\ddot{x} + \dot{x} + x = 2u, \\ y = 5x - \ddot{x}. \end{cases}$$

Определить матрицы A,B,C.

1.24. Дифференциальные уравнения состояния имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 5x_2 - u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Определить матрицы A,B,C.

1.25. Известна математическая модель объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 7u, \\ y = x_1 + 3x_2. \end{cases}$$

Определить матрицы A,B,C.

1.26. Для системы вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 - 2x_2 + 0.5u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 4x_2 - 3x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - x_2 - x_3 + u_1 + 2u_2, \\ y_1 = x_1 + x_2, \\ y_2 = x_3. \end{cases}$$

Требуется записать матрицы коэффициентов A,B,C.

1.27. Известны матрицы коэффициентов системы

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ -1 & -2.5 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0.7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Записать математическую модель системы в пространстве состояний.

1.28. Дифференциальные уравнения состояния ОУ имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 7u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Записать скалярное уравнение относительно переменных y, u.

1.29. Известны матрицы A,B,C.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Записать скалярное уравнение относительно переменных y, u.

1.30. Известны матрицы A,B,C.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Записать скалярное уравнение относительно переменных y, u.

1.31. Дано описание системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2, \\ \dot{x}_2 = 5x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 2x_2 - x_3 + 5u, \\ y = 0.1x_1. \end{cases}$$

Требуется записать матрицы коэффициентов A,B и C. Составить описание системы относительно y, u.

1.32. Дано описание системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_1, \\ \dot{x}_2 = 0.1x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 5x_3 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Требуется записать матрицы коэффициентов A,B и C. Составить описание системы относительно y, u.

1.33. Дано описание системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 - 0.5x_2, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 5u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Перейти к дифференциальному уравнению относительно y, u.

1.34. Записать модель ОУ в виде одного дифференциального уравнения 2-го порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + 6x_2 - 3u, \\ \dot{x}_2 = 4x_1 - 3x_2 + 2u, \\ y = -5x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

1.35. Дано описание системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 - x_3 - u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2 - x_3 + u, \\ \dot{x}_3 = x_1 - x_2 - x_3 + 2u, \\ y = x_1 + x_2 + x_3. \end{cases}$$

Тема 2. Передаточные функции

Пример 2.1. Для объекта, модель которого задана уравнением $\ddot{y} + 6\dot{y} + 5y = 2\dot{u} + 12u$, записать передаточную функцию, определить её нули и полюса.

Решение. Запишем исходное уравнение объекта в операторной форме с помощью оператора дифференцирования p

$$(p^2 + 6p + 5)y = (2p + 12)u.$$

Определим передаточную функцию

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2p + 12}{p^2 + 6p + 5}.$$

Характеристическое уравнение системы имеет вид

$$A(p) = p^2 + 6p + 5 = 0.$$

Его корни p_1= -5 и p_2= -1 называются полюсами. Корень полинома числителя z_1= -6 называется нулем.

Задачи

2.1. Для объекта, заданного принципиальной схемой (рис 2.1), где R_1=R_2=R_3=1 кОм; C=10^{-3} ф

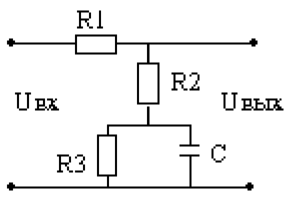


Рис. 2.1.

требуется определить , передаточную функцию, нули, полюса.

2.2. По дифференциальному уравнению объекта $\dddot{y} + 6\ddot{y} + y = 5u$ определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.3. По дифференциальному уравнению объекта $\ddot{y} + 7\dot{y} - 5y = \dot{u} + 5u$ определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.4. Дифференциальное уравнение объекта имеет вид
$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 3y = 5u.$$
Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.5. Дифференциальное уравнение объекта имеет вид
$$\dddot{y} + 2\ddot{y} + \dot{y} = 2\ddot{u} + 3\dot{u} + u.$$
Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.6. Для объекта, модель которого заданна дифференциальным уравнением $\ddot{y} + 0.4\dot{y} + 0.6y = 2\dot{u} + 0.8u,$ записать передаточную функцию, определить полюса и нули.

2.7. Дана математическая модель объекта $0.4\dddot{y} + 7\ddot{y} + 2\dot{y} = 0.8u,$ записать характеристическое уравнение, определить полюса.

2.8. Дана математическая модель объекта
$$6\ddot{y} + 7.4\dot{y} + 0.8y = 0.1\ddot{u} + 0.6\dot{u} + 2u,,$$
Определить передаточную функцию, нули, полюса, порядок объекта.

2.9. Найти передаточную функцию ОУ, математическая модель которого имеет вид $2\dddot{y} + 4\ddot{y} + 2\dot{y} + 4y = u.$

2.10. Найти передаточную функцию ОУ, математическая модель которого имеет вид $2\ddot{y} + 5\dot{y} + 3y = 6\ddot{u} + 2\dot{u} + u.$

2.11. Найти передаточную функцию ОУ, математическая модель которого имеет вид $3\dddot{y} + 6\ddot{y} + 2\dot{y} + 4y = 2\ddot{u} + 3\dot{u} + u.$

2.12. Известна передаточная функция объекта
$$W(p) = (10p + 1)/(p^2 + 3p - 1).$$
Записать его дифференциальное уравнение.

2.13. По передаточной функции записать дифференциальное уравнение относительно y и u, определить порядок объекта.
$$W(p) = \frac{0.3p + 1}{4p^3 + 6p^2 + 2.1p + 1.2}.$$

2.14. Перейти от передаточной функции $W(p) = 4/(6p^3 + 4p^2 + 2)$ к модели ОУ в виде системы дифференциальных уравнений 1-го порядка.

2.15. Перейти от передаточной функции
$$W(p) = \frac{2p^2 + 3p + 1}{2p^3 + 4p^2 + 6p + 2}$$
к модели ОУ в виде системы дифференциальных уравнений 1-го порядка.

2.16. Даны дифференциальные уравнения состояния
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 2x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -5x_1 - x_3 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.17. Даны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -5x_1 - x_2 - x_3 + 2u, \\ y = 3x_1 + 2x_2 + x_3. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.18. Даны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 10u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить характеристическое уравнение объекта.

2.19. Даны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.20. Даны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 + x_3 + 5u, \\ y = x_1 - 4x_2 + x_3. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.21. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.22. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = 2x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -5x_1 + x_2 - x_3 + 10u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.23. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_3 + 2u, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 + 5x_2 - 7x_3 - u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.24. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 - x_3 + 6u, \\ y = x_1 + 2x_2 - x_3. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию объекта $W(p) = y(p)/u(p)$.

2.25. Дифференциальные уравнения состояния записаны в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2 + 10u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Найти $W(p) = y(p)/u(p)$. Вычислить нули и полюса передаточной функции объекта.

2.26. Дифференциальные уравнения состояния записаны в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить $W(p) = y(p)/u(p)$ и записать характеристическое уравнение.

2.27. Дифференциальные уравнения состояния записаны в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -7x_1 - 2x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определить $W(p) = y(p)/u(p)$ и записать характеристическое уравнение.

2.28. Дифференциальные уравнения состояния записаны в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -5x_1 - x_2 - 3x_3 + 4u, \\ y = 2x_1 - x_2 + x_3. \end{cases}$$

Определить $W_1(p) = x_1(p)/u(p)$, $W(p) = y(p)/u(p)$ и записать характеристическое уравнение.

2.29. Известна модель объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 - 0.5x_2 + 4u_1, \\ \dot{x}_2 = -0.1x_1 - x_2 + 0.4u_2, \\ y_1 = 2x_1, \\ y_2 = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Определить матричную передаточную функцию.

2.30. Известна модель объекта в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 6x_2 - 8x_3 + 10u, \\ y = 0.4x_1. \end{cases}$$

Определить передаточную функцию.

2.31. Известна модель объекта, требуется записать характеристическое уравнение.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.4x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -0.1x_1 - 0.2x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 4.6x_2 - 10x_3 + 1.6u, \\ y = x_1 + 0.6x_2. \end{cases}$$

2.32. Найти передаточную функцию ОУ, заданного системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 + 4x_2, \\ \dot{x}_2 = x_2 + 3x_1 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

2.33. Найти передаточную функцию ОУ, заданного системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = 3x_2 + 4x_1 + 2u, \\ y = x_2 + x_1. \end{cases}$$

2.34. Найти передаточную функцию ОУ, заданного системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + 2x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_2 + 4x_1 + 2u, \\ y = x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

2.35. Известны матрицы A,B,C, описывающие поведение объекта в пространстве состояний.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить передаточную матрицу объекта.

2.36. Известны матрицы A,B,C описывающие поведение объекта

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Найти матричную передаточную функцию.

2.37. Известны матрицы коэффициентов системы

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 2 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Требуется определить передаточную функцию, записать характеристическое уравнение.

2.38. Известна передаточная функция объекта
$W(p) = (p+5)/(p^3 + 3p^2 + p + 1)$.Определить уравнения состояния.

2.39. Известна передаточная функция объекта
$W(p) = 8/(p^3 + 5p^2 - 3p + 7)$.Определить матрицы A,B,C.

2.40. Известна передаточная функция объекта
$W(p) = 5/(p^3 + 3p^2 + 6p + 2)$. Определить матрицы A,B,C.

2.41. Передаточная функция объекта имеет вид
$W(p) = 5/(p^2 + 7p + 3)$. Записать уравнения состояния.

2.42. Передаточная функция объекта имеет вид
$W(p) = (3p+2)/(p^3 + 5p^2 + p + 1)$. Определить матрицы A,B,C модели объекта в пространстве состояний.

2.43. Известна передаточная функция объекта
$W(p) = 2/(p^3 + 5p^2 + p + 7)$.Записать его дифференциальные уравнения состояния.

2.44. По передаточной функции $W(p) = 4/(2p^3 + 0.8p^2 + 6p + 0.4)$ составить математическую модель объекта в пространстве состояний.

2.45. Перейти от передаточной функции

$$W(p) = \frac{4p+3}{4p^3 + 8p^2 + 8p + 3}$$

к модели ОУ в форме Коши.

Тема 3. Частотные характеристики.

Пример 3.1. Известна передаточная функция объекта, требуется построить АФХ, ВЧХ, ФЧХ

$$W(p) = 10/(p+1).$$

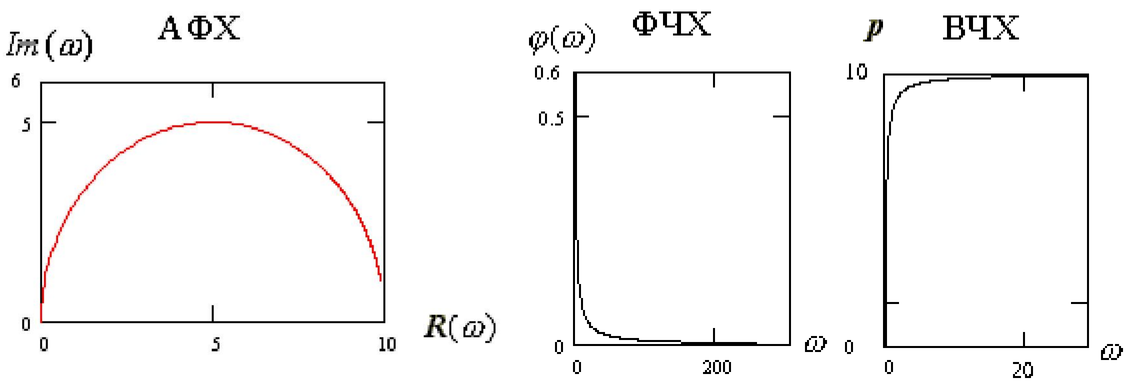
Решение. В передаточной функции производим замену $p \to j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{10j\omega}{j\omega+1} = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1} + j\frac{10\omega}{\omega^2+1}.$$

Функции, описывающие ВЧХ и ФЧХ имеют вид

$$R(\omega) = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1},\ \ \varphi(\omega) = arctg\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}} = arctg\frac{1}{\omega}.$$

Изменяя частоту от 0 до ∞, строим характеристики (рис.3.1.)



Задачи.

3.1. Передаточная функция объекта имеет вид $W(p) = \dfrac{p+1}{5p+1}$.

Построить ВЧХ объекта.

3.2. Известна передаточная функция объекта $W(P) = 10p/(p+1)^2$.

Построить АФХ, ВЧХ, ФЧХ.

3.3. Для объекта с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{0.5p+1}{p(4p^2+p+1)}$$

построить ФЧХ.

3.4. Для объекта с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10}{(p+1)(0.1p+1)}$$

построить ЛАЧХ, ФЧХ.

3.5.Для объекта с передаточной функцией

$$W(p) = (p+1)/(9p^2 + 3p + 1)$$

построить АФХ, ФЧХ.

3.6. Для объекта с передаточной функцией $W(p) = 16/[p(p+4)]$ построить АФХ, ФЧХ, ВЧХ.

3.7. Записать аналитические выражения для всех частотных характеристик ОУ, заданного передаточной функцией $W(p) = 10/(4p+1)$. Изобразить их качественный вид.

3.8. Записать аналитические выражения для амплитудно-частотной характеристики объекта управления, заданного передаточной функцией $W(p) = p/(0.1p+1)$. Изобразить её качественный вид.

3.9. Записать аналитические выражения для всех частотных характеристик ОУ, заданного передаточной функцией $W(p) = 4/(2p^2 + p)$. Изобразить их качественный вид.

3.10. Записать аналитические выражения для всех частотных характеристик ОУ, заданного передаточной функцией $W(p) = 4/(4p^2 + p + 1)$. Изобразить их качественный вид.

3.11. Записать аналитические выражения для всех частотных характеристик ОУ, заданного передаточной функцией
$W(p) = 8p/(4p^2 + 4p + 1)$. Изобразить их качественный вид.

3.12. Для объекта $\dot{y} = ku$ построить ЛАЧХ при k = 0.1 и k = 10, оценить влияние k на ЛАЧХ.

3.13. Известна модель объекта $0{,}1y = 10\dot{u} + u$.
Построить ЛАЧХ, ФЧХ.

3.14. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1 + 5x_2. \end{cases}$$

Построить АФХ системы.

3.15. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 5u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Построить ВЧХ системы.

3.16. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Записать выражения для ВЧХ и МЧХ системы.

3.17. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 5x_2 + u, \\ y = x_1 - x_2. \end{cases}$$

Построить ВЧХ системы.

3.18. Известны дифференциальные уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 - 3x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Построить АФХ системы.

3.19. Объект, описывается в пространстве состояний уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Построить АЧХ, ВЧХ.

3.20. Известно описание объекта в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -0.1x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 5u, \\ y = 4x_1. \end{cases}$$

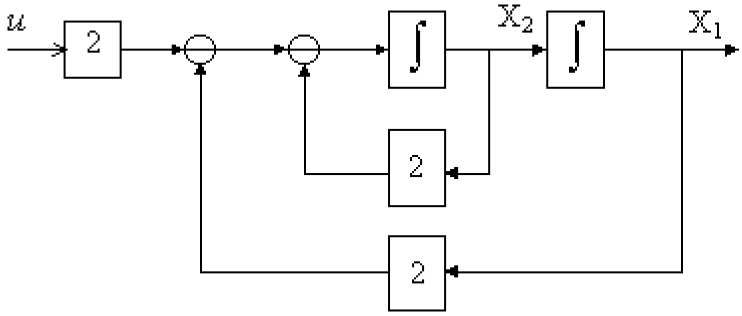
Построить АФХ.

3.21. Известно описание объекта в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 0.5x_2 - x_3 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

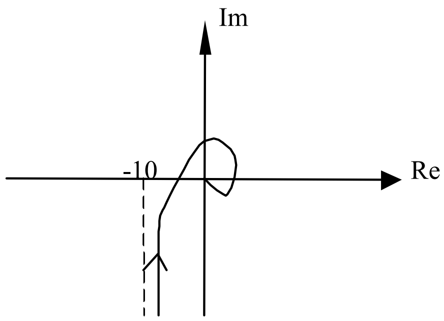
Построить АФХ.

3.22. Структурная схема системы имеет вид



Построить ВЧХ и МЧХ системы.

3.23. АФХ объекта имеет вид



Изобразить (качественно) ВЧХ и МЧХ объекта.

3.24. АЧХ объекта имеет вид

$$A(\omega) = \frac{10\sqrt{\omega^2 + 1}}{\omega^2\sqrt{0{,}01\omega^2 + 1}}.$$

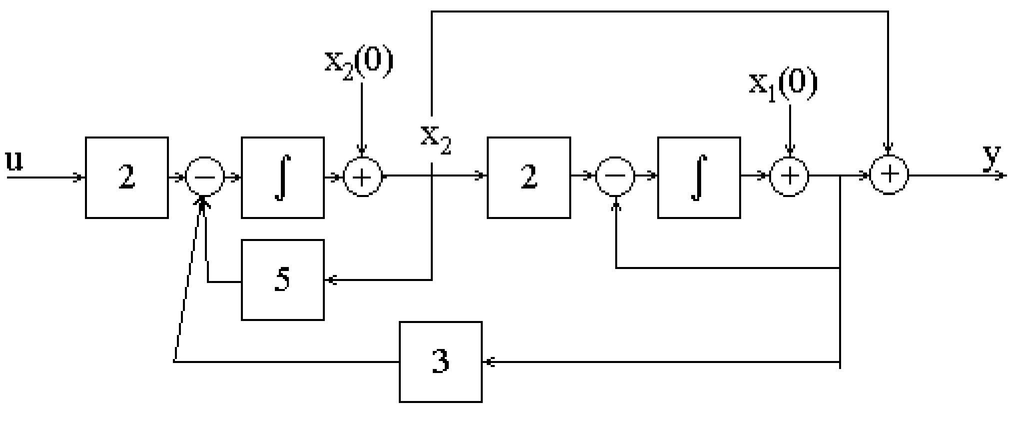
Построить асимптотическую ЛАЧХ объекта.

Тема 4. Структурный метод.

Пример 4.1. Изобразить структурную схему объекта, модель которой задана системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - 5x_2 + 2u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Решение. Структурная схема имеет вид



Задачи

4.1. Дифференциальное уравнение объекта управления (ОУ) имеет вид $\dddot{y} + 7\ddot{y} - 3\dot{y} + y = 2u.$ Изобразить структурную схему объекта.

4.2. Дифференциальные уравнения состояния имеют вид

$$\begin{cases} \omega^4 - 3\omega^2 + 1 = 0 \\ -\omega^3 + \alpha\omega = 0 \end{cases}$$

Изобразить структурную схему системы.

4.3. Дифференциальные уравнения состояния имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - 2x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Изобразить структурную схему объекта.

4.4. От дифференциального уравнения $x_1 = y$ перейти к структурной схеме.

4.5. От дифференциального уравнения $2\dddot{y} + 6\ddot{y} + 0.8\dot{y} + 4y = 0.4\dot{u} + u$, описывающего объект, перейти к структурной схеме.

4.6. Изобразить структурную схему объекта, модель которого задана системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 - 3x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + u, \\ y = 2x_1 + x_2. \end{cases}$$

4.7. Известна модель объекта в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_2 + 0.4u, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 0.3x_2 + 5u, \\ y = 4x_1. \end{cases}$$

Изобразить структурную схему на интегрирующих элементах.

4.8. По известной передаточной функции объекта

$$W(p) = \frac{0.6p + 0.3}{0.11p^2 + 0.86p + 0.2}$$

записать дифференциальное уравнение и изобразить структурную схему.

4.9. Представить в виде структурной схемы модель ОУ, заданную системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 + 3x_2 + 4u, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + 3u, \\ \dot{x}_3 = x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

4.10. Представить в виде структурной схемы модель ОУ, заданную дифференциальным уравнением $3\ddot{y} + 4\dot{y} + 2y = 5u$.

4.11. Представить в виде структурной схемы модель ОУ, заданную дифференциальным уравнением $2\dddot{y} + 4\ddot{y} + 3\dot{y} + 5y = 6\ddot{u} + 4\dot{u} + 3u$.

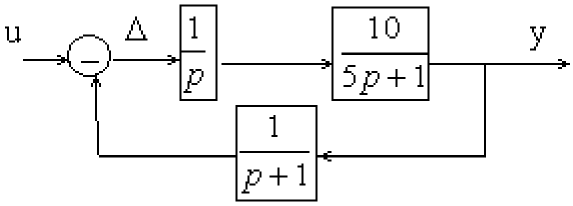
4.12. Перейти от передаточной функции к структурной схеме, содержащей только интеграторы, сумматоры и усилители

$$W(p) = \frac{4p+5}{2p^3+4p^2+6p+8}.$$

4.13. Перейти от передаточной функции W(p) к структурной схеме, содержащей только интеграторы, сумматоры и усилители, где

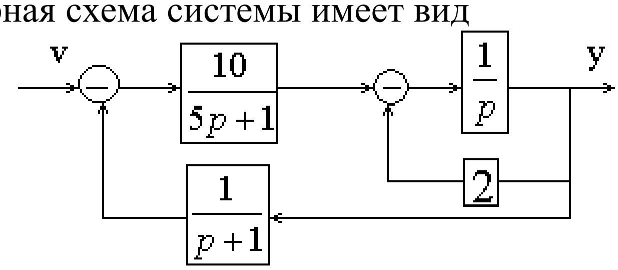
$$W(p) = \frac{5p^2+4p+2}{3p^3+4p^2+6p+2}.$$

4.14. Структурная схема системы имеет вид



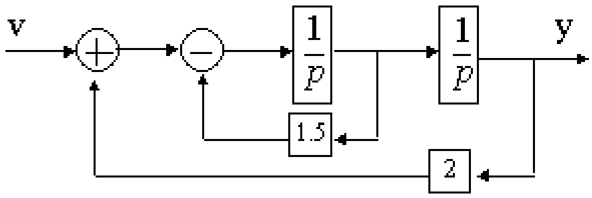
Определить передаточную функцию $W_\Delta(p) = \Delta(p)/u(p)$ системы.

4.15. Структурная схема системы имеет вид

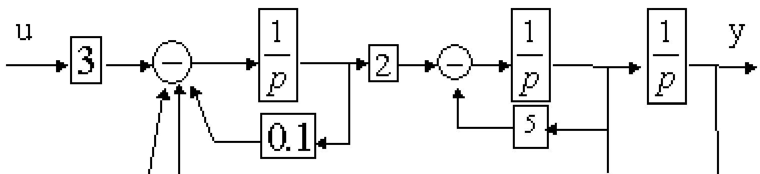


Определить передаточную функцию $W(p) = y(p)/v(p)$ системы.

4.16. Составить описание системы в пространстве состояний и определить $\omega_2 = 10\ c^{-1}$; по заданной структурной схеме

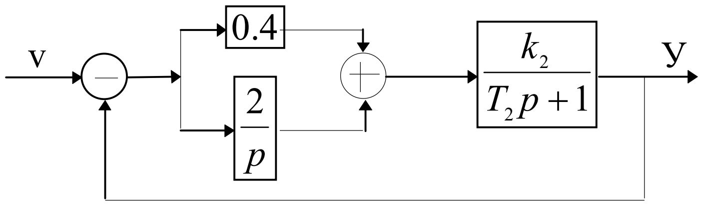


4.17. По структурной схеме

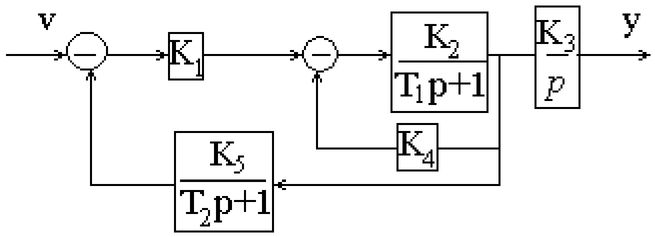


определить $W(p) = y/u$, составить описание в пространстве состояний.

4.18. По структурной схеме определить передаточную функцию.

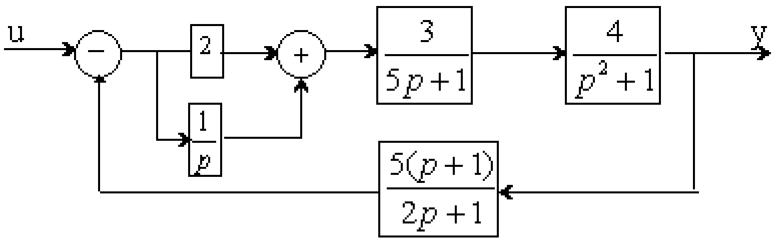


4.19. Для заданной структурной схемы



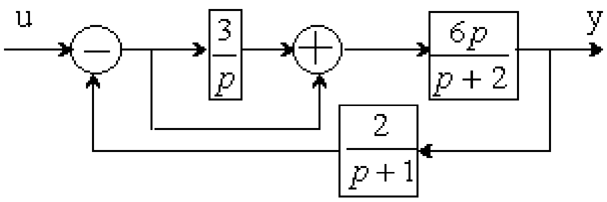
определить $W(p) = y(p)/u(p)$, где $K_1 = 10,\ K_2 = 1,\ K_3 = 2,\ K_4 = 3,\ K_5 = 1,$ $T_1 = 0{,}5c,\ T_2 = 0{,}2c.$

4.20. Структурная схема системы имеет вид



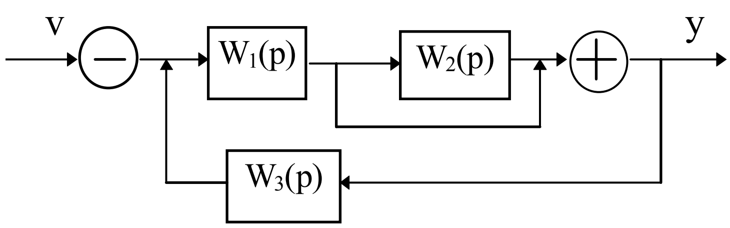
Определить $W(p) = y(p)/u(p)$.

4.21. Структурная схема системы имеет вид



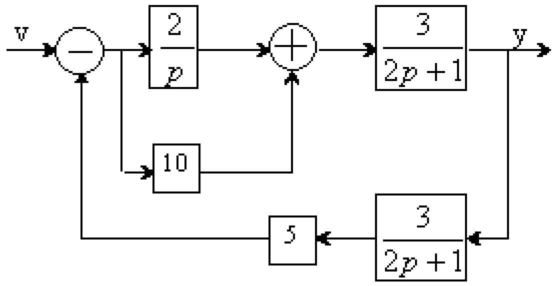
определить передаточную функцию $W(p) = y(p)/u(p)$ системы.

4.22. Структурная схема системы имеет вид



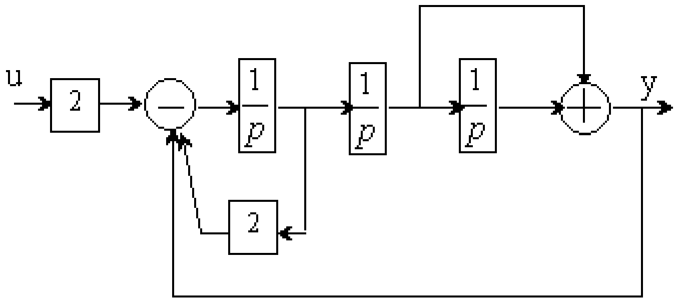
Определить передаточную функцию $W(p) = y(p)/v(p)$ системы.

4.23. Структурная схема системы имеет вид



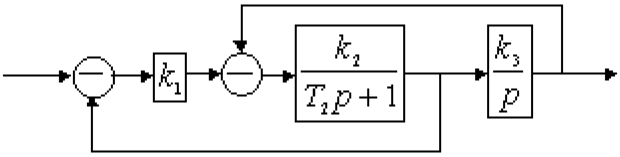
Определить передаточную функцию $W(p) = y(p)/v(p)$ системы.

4.24. По структурной схеме

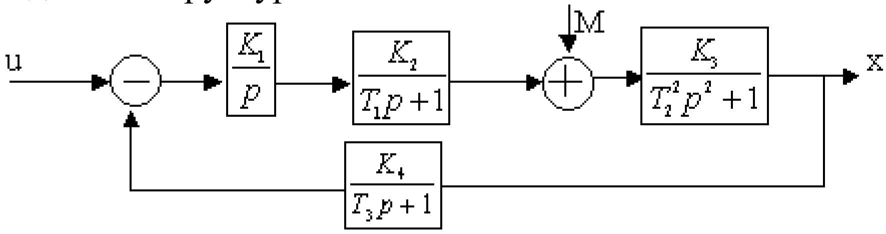


определить W(p), записать дифференциальное уравнение относительно y, u.

4.25. По структурной схеме определить передаточную функцию.

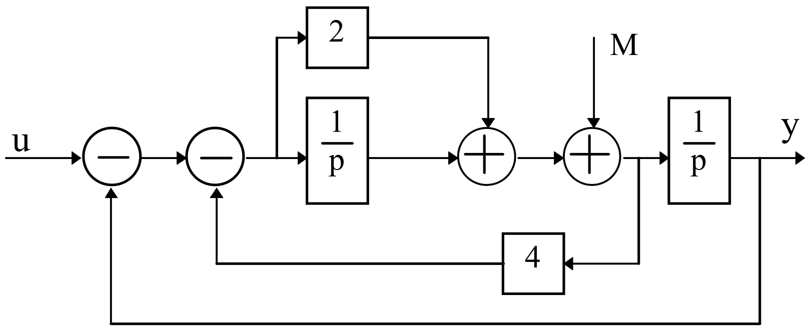


4.26. Для заданной структурной схемы

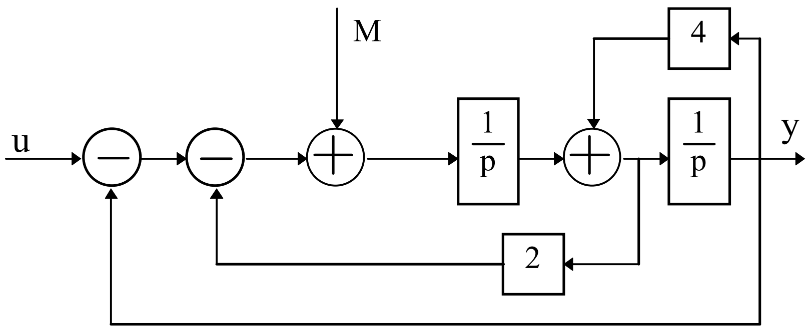


определить $W_u(p) = x(p)/u(p)$ и $W_M(p) = x(p)/M(p)$.

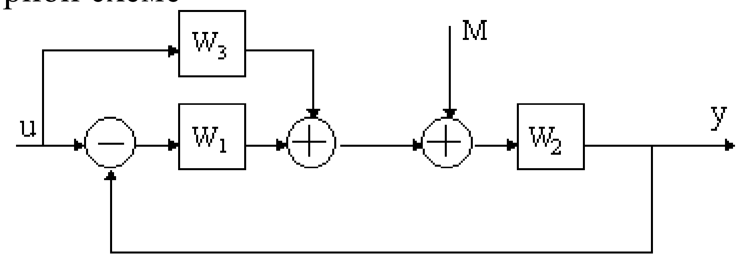
4.27. Найти передаточные функции *W₁(p)=y(p)/u(p)* и *W₂(p)=y(p)/M(p)* по заданной структурной схеме



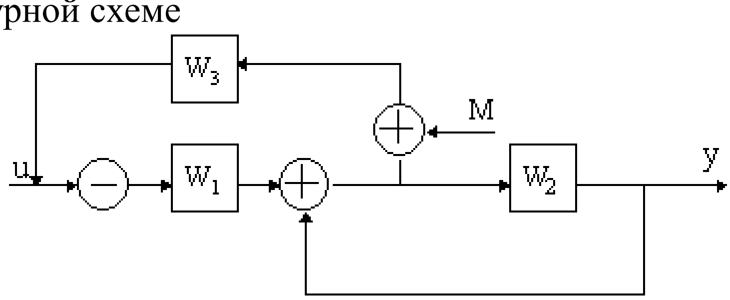
4.28. Найти передаточные функции $W_1(p)=y(p)/u(p)$ и $W_2(p)=y(p)/M(p)$ по заданной структурной схеме



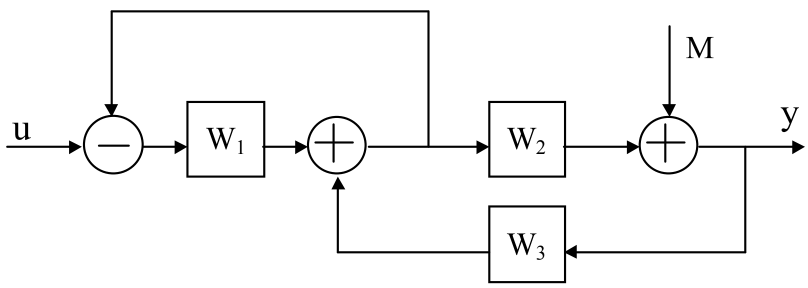
4.29. Найти передаточные функции $W_{y/u}(p)=y(p)/u(p)$ и $W_{y/M}(p)=y(p)/M(p)$ по заданной структурной схеме



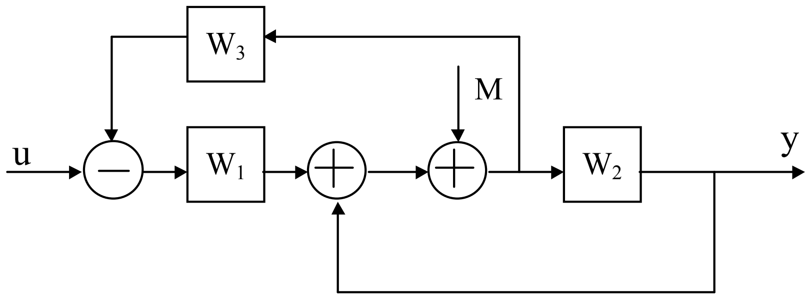
4.30. Найти передаточные функции $W_{y/u}(p)=y(p)/u(p)$ и $W_{y/M}(p)=y(p)/M(p)$ по заданной структурной схеме



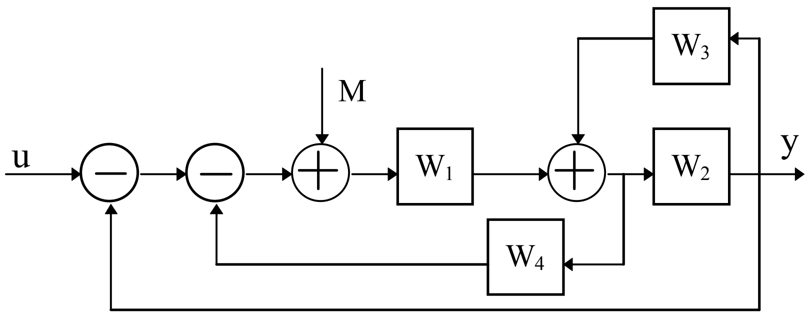
4.31. Найти передаточные функции $W_{y/u}(p)=y(p)/u(p)$ и $W_{y/M}(p)=y(p)/M(p)$ по заданной структурной схеме



4.32. Найти передаточные функции $W_{y/u}(p)=y(p)/u(p)$ и $W_{y/M}(p)=y(p)/M(p)$ по заданной структурной схеме



4.33. Найти передаточные функции $W_{y/u}(p)=y(p)/u(p)$ и $W_{y/M}(p)=y(p)/M(p)$ по заданной структурной схеме



Тема 5. Устойчивость линейных систем

Пример 5.1. С помощью критерия Гурвица оценить устойчивость системы.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_3, \\ \dot{x}_3 = -5x_1 + 8x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Решение. Запишем исходную систему уравнений в операторной форме:

$$\begin{cases} px_1 = -2x_1 + x_2, \\ px_2 = x_1 - x_3, \\ px_3 = -5x_1 + 8x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Определим передаточную функцию

$$W(p) = \frac{-2}{p^3 + 3p^2 + 9p + 10}.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$A(p) = p^3 + 3p^2 + 9p + 10.$$

На его основе запишем матрицу Гурвица

$$H = \begin{bmatrix} 3 & 10 & 0 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

Найдем её определители различных порядков:

$$\Delta_1 = 3 > 0,\ \Delta_2 = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} = 17 > 0,\ \Delta_3 = \det\left|H\right| = 170 > 0.$$

Поскольку все диагональные миноры положительны, исходная система устойчива.

Пример 5.2. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Михайлова

$$\dddot{y} + 5\ddot{y} + 2\dot{y} + 20y = 5u.$$

Решение. Передаточная функция системы следующая

$$W_{y/u}(p) = \frac{5}{p^3 + 5p^2 + 2p + 20}$$

Запишем характеристический полином

$$A(p) = p^3 + 5p^2 + 2p + 20$$

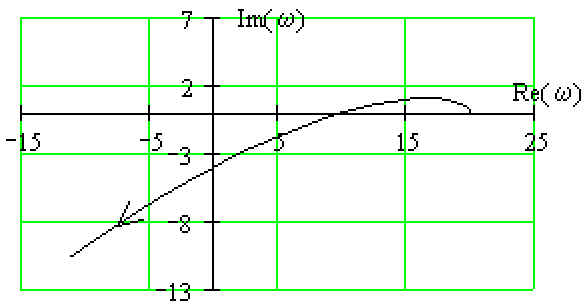
Используя замену $p \to j\omega$, получим выражение

$$A(j\omega) = (j\omega)^3 + 5(j\omega)^2 + 2j\omega + 20$$

Выделим вещественную и мнимую часть $A(j\omega)$

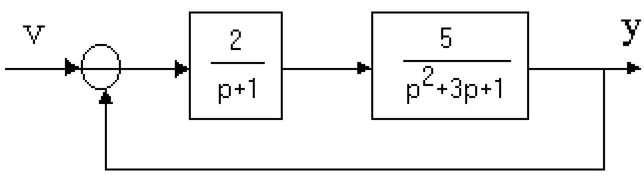
$$\begin{cases} \mathrm{Re}(\omega) = 20 - 5\omega^2 \\ \mathrm{Im}(\omega) = 2\omega - \omega^3 \end{cases}$$

Изменяя ω от 0 до ∞, построим годограф Михайлова



Система неустойчива, т.к. не удовлетворяются условия критерия Михайлова.

Пример 5.3. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Найквиста



Решение. Найдем передаточную функцию разомкнутой системы

$$W_p(p)=\frac{2}{p+1}\times\frac{5}{p^2+3p+1}=\frac{10}{p^3+4p^2+4p+1}$$

Перейдем к ее частотной характеристике заменой $p\to j\omega$

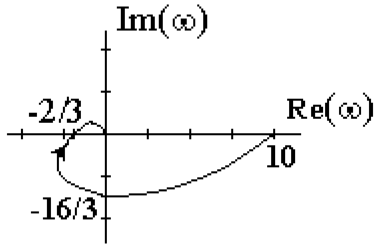
$$W_p(j\omega)=\frac{10}{(1-4\omega^2)+j(4\omega-\omega^3)}$$

Выделим вещественную и мнимую часть

$$\begin{cases}\mathrm{Re}(\omega)=\dfrac{10(1-4\omega^2)}{(1-4\omega^2)^2+(4\omega-\omega^3)^2}\\ \mathrm{Im}(\omega)=-\dfrac{10(4\omega-\omega^3)}{(1-4\omega^2)^2+(4\omega-\omega^3)^2}\end{cases}$$

Изменяя ω от 0 до ∞, построим АФХ разомкнутой системы

ω	0.5	2	∞
Im(ω)	16/3	0	0
Re(ω)	10	-2/3	0



Т.к. АФХ устойчивой разомкнутой системы не охватывает точку с координатой (-1; j0), то замкнутая система будет устойчивой.

Задачи

5.1. Оценить устойчивость системы по её полюсам, если характеристическое уравнение имеет вид:

а) $p(p^2+p+1)=0;$ в) $(p-1)(p^2+2p+1)=0.$

б) $(p^2+4)(p+2)=0;$ г) $(p+3)(4p^2+2p+1)=0.$

5.2. По корням характеристического уравнения оценить устойчивость системы.

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2-2x_1,\\ \dot{x}_2=-x_1-0.8x_2+5u,\\ y=x_1.\end{cases}$$

5.3. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы.

$$y^{(4)} + 2\dddot{y} + 4\ddot{y} + 6\dot{y} + 2y = 5u.$$

5.4. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.5.1), при a_1=28; a_2=7; a_3=4.

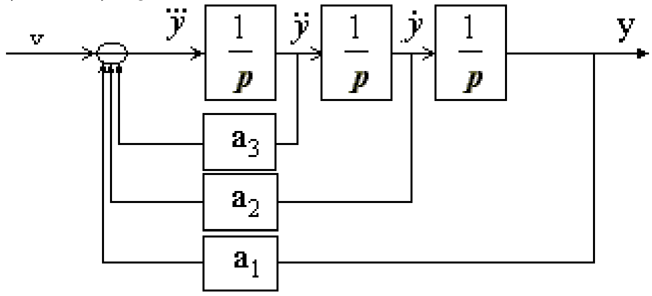


Рис. 5.1

5.5. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис. 5.1), при a_1=0,8; a_2=4; a_3=2.

5.6. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис. 5.1), при a_1=2; a_2=6; a_3=3.

5.7. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис. 5.2), при $W_1(p) = 2/(p+1)$; $W_2(p) = 1/(p^2 + 2p + 2)$.

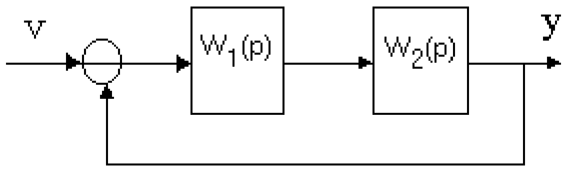
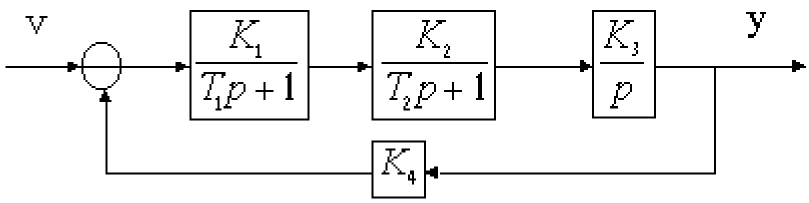


Рис. 5.2.

5.8. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы.



Параметры звеньев имеют следующие значения: $K_1 = 1$; $K_2 = 5$; $K_3 = K_4 = 2$; $T_1 = 2\ c$; $T_2 = 0.5\ c$.

5.9. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость замкнутой системы, если уравнения состояния разомкнутой системы имеют вид.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_2 - 5x_3 + 10u, \\ y = x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

5.10. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость замкнутой системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 10x_4 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

5.11. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость замкнутой системы, если дифференциальные уравнения разомкнутой системы имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_2 - 5x_3 + 10u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

5.12. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость замкнутой системы,

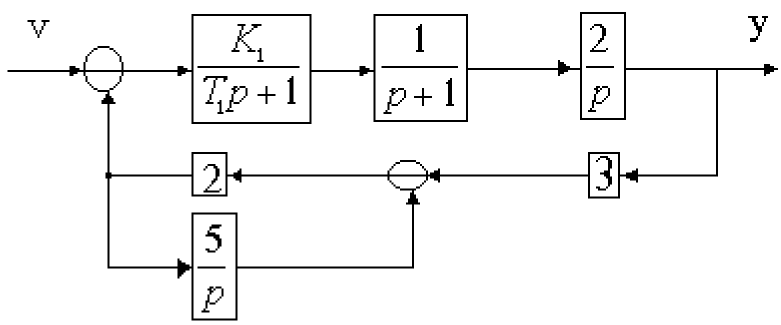
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_3, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -3x_1 - 7x_2 - x_3 - 2x_4 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

5.13. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы, передаточная функция которой имеет вид

$$W(p) = \frac{10(2p+1)}{p(5p+1)(3p+1)}.$$

5.14. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы.

5.15. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.5.2), полагая $W_1(p) = 2$, $W_2(p) = 2/(6p^2$.



5.16. Проверить устойчивость замкнутой системы рис.5.3 по критерию Гурвица при k=3.

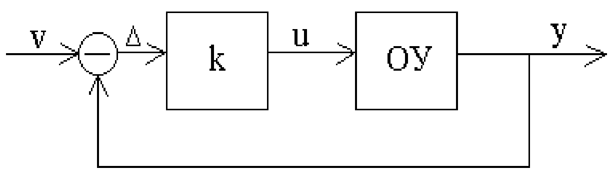


Рис.5.3.

Модель объекта управления имеет вид $3\dddot{y} + 6\ddot{y} + 2\dot{y} + y = 2u$.

5.17. Используя критерий Гурвица, проверить устойчивость системы при k=1. $W_1(p) = k/(p+1)$; $W_2(p) = 1/(5p+1)$; $W_3(p) = 1/(0.5p+1)$.

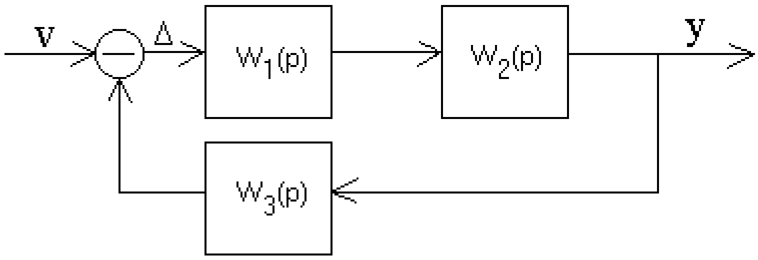
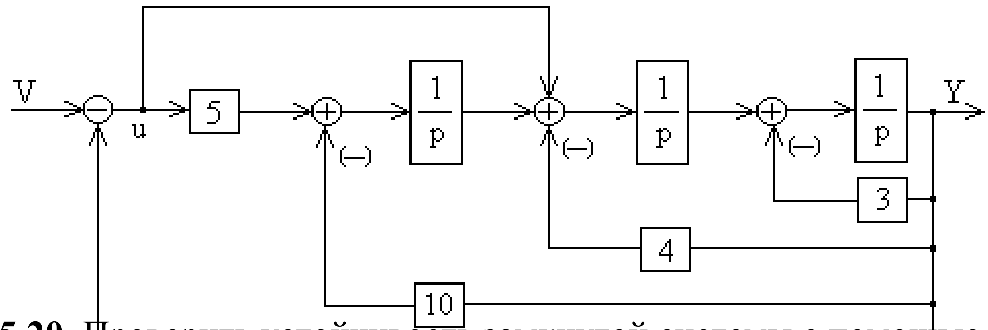


Рис.5.4.

5.18. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы, характеристическое уравнение которой имеет вид $p^3 + 10p^2 + 1 = 0$.

5.19. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Михайлова.



5.20. Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью критерия Михайлова, если уравнение разомкнутой системы имеет вид

$$y^{(4)} + \dddot{y} + 3\ddot{y} + 2\dot{y} + 4y = 10u.$$

5.21. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Михайлова.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 3x_2 - 5x_3 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

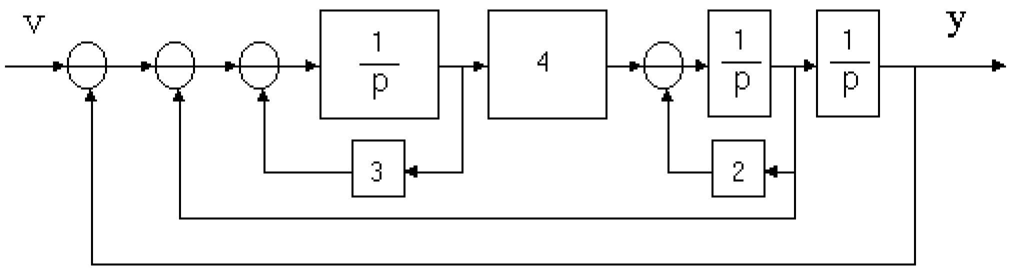
5.22. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Михайлова

$$W(p) = \frac{5}{p^3 + p^2 + 2p + 6}.$$

5.23. Проверить устойчивость системы (рис.5.4) с помощью критерия Михайлова, если $W_1(p) = 5/(2p+1)$; $W_2(p) = 1/(p+1)$; $W_3(p) = 2/(0.5p+1)$.

5.24. Проверить устойчивость системы (рис.5.4) с помощью критерия Михайлова, если $W_1(p) = 3/(p+1)$; $W_2(p) = 2/(0.5p^2 + p + 1)$; $W_3(p) = 10$.

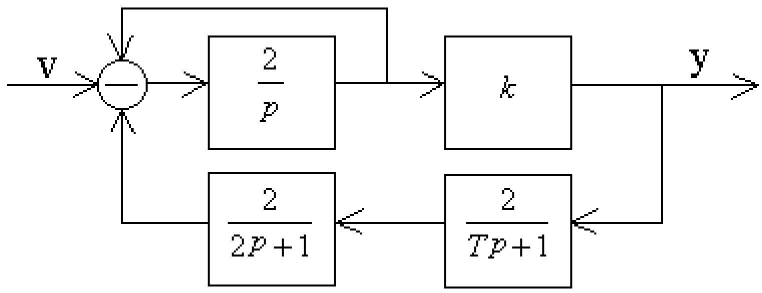
5.25. Проверить устойчивость с помощью критерия Михайлова.



5.26. Используя критерий Михайлова, проверить устойчивость системы (рис.5.4.) при k=1, $W_1(p) = k/p$; $W_2(p) = 1/(5p+1)$; $W_3(p) = 1/(0.5p+1)$.

5.27. Используя критерий Михайлова, проверить устойчивость системы (рис.5.4.) в которой $W_1(p) = k/p$; $W_2(p) = 1/(T_1 p+1)$; $W_3(p) = 1/(T_2 p+1)$, при k=58, $T_1 = 0.57$, $T_2 = 0.01$.

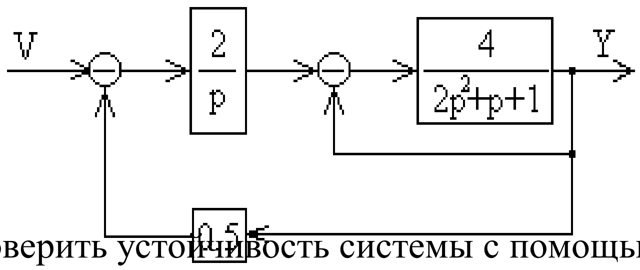
5.28. Проверить свойство устойчивости системы по критерию Михайлова при k=1, T=1.



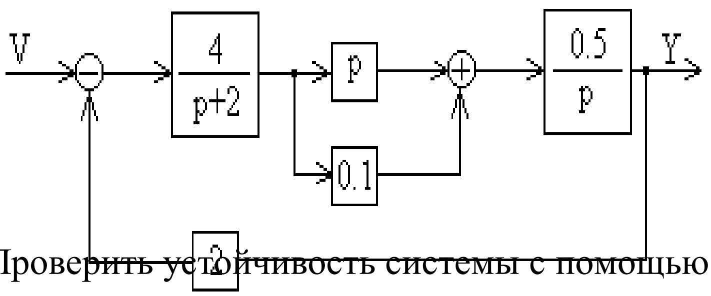
5.29. Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью логарифмического критерия Найквиста, если передаточная функция разомкнутой имеет вид

$$W_{раз}(p) = \frac{15(p+1)}{p(0.01p^2 + 0.8p + 1)}.$$

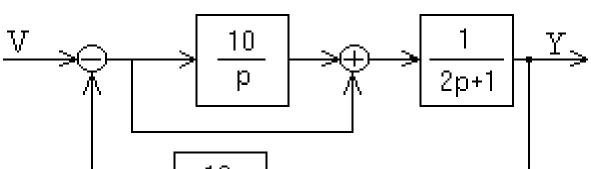
5.30. Проверить устойчивость с помощью критерия Найквиста.



5.31. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Найквиста.

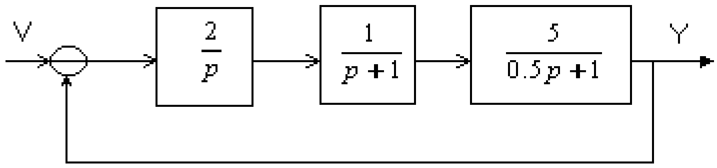


5.32. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Найквиста.



5.33. Проверить устойчивость системы (рис.5.1) с помощью критерия Найквиста. Здесь a_1=1, a_2=2, a_3=4.

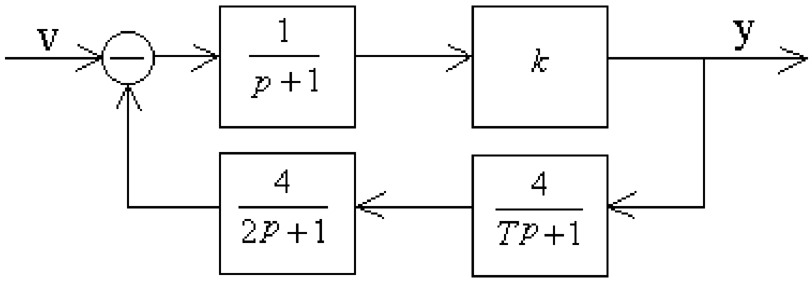
5.34. Проверить устойчивость системы с помощью критерия Найквиста.



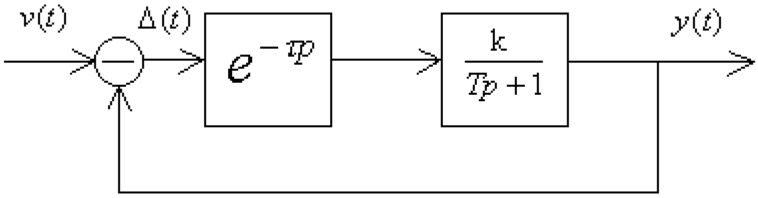
5.35. Прове[...]3) по критерию Найквиста при k=4.Модель объекта управления имеет вид $2\dddot{y}+6\ddot{y}+3\dot{y}+y=2u.$

5.36. Проверить устойчивость системы (рис.5.4) по критерию Найквиста при k=4, где $W_1(p)=k/(p+1)$; $W_2(p)=1/(p+1)$; $W_3(p)=1/(p+1)$.

.**5.37.** Проверить свойство устойчивости системы по критерию Найквиста при k=1, T=1.



5.38. Проверить устойчивость системы, где K=2, T=1, $\tau=3\pi/4$.



Тема 6. Области и запасы устойчивости.

Пример 6.1. Определить граничные значения α с помощью критерия Михайлова для объекта

$$\overset{(4)}{y}+\dddot{y}+3\ddot{y}+a\dot{y}+y=0{,}6u$$

Решение. Запишем уравнение объекта в операторной форме

$$(p^4+p^3+3p+\alpha p+1)y=0{,}6u$$

Его характеристический полином имеет вид

$$A(p)=p^4+p^3+3p^2+\alpha p+1$$

Получим выражение для годографа Михайлова заменой p→ jω

$$A(j\omega) = (j\omega)^4 + (j\omega)^3 + 3(j\omega) + \alpha(j\omega) + 1$$

Выделим вещественную и мнимую часть A(jω)

$$\begin{cases} \operatorname{Re} A(j\omega) = \omega^4 - 3w^2 + 1, \\ \operatorname{Im} A(j\omega) = -\omega^3 + \alpha\omega. \end{cases}$$

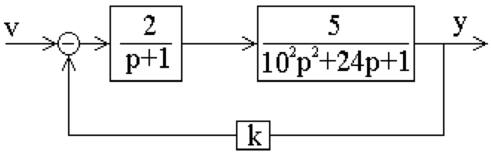
Запишем условие границы устойчивости по критерию Михайлова

$$\begin{cases} \omega^4 - 3\omega^2 + 1 = 0 \\ -\omega^3 + \alpha\omega = 0 \end{cases}$$

Условие выполняется при ω_1 = 0,618 и ω_2 = 1,618. При этом получим следующие граничные значения параметра:

$$\alpha_{1гр} = 0{,}382, \quad \alpha_{2гр} = 2{,}618$$

Пример 6.2. Определить область допустимых значений параметра (*k*) методом *D*-разбиений для системы



Решение. Определим передаточные функции прямого канала и всей системы $W_p(p) = \dfrac{10}{(100\text{p}2 + 24\text{p} + 1)(\text{p} + 1)}$, $W_p(p) = \dfrac{10}{(100\text{p}2 + 24\text{p} + 1)(\text{p} + 1) + 10\text{k}}$.

Запишем характеристическое уравнение, в которое этот параметр входит линейно: $A(p) = 100p^3 + 124p^2 + 25p + 1 + 10D = 0$, где $D = k$.

Сделаем замену p→ jω: $A(j\omega) = -j100\omega^3 - 124\omega^2 + j25\omega + 1 + 10D = 0$

Разрешим уравнение относительно *D*.

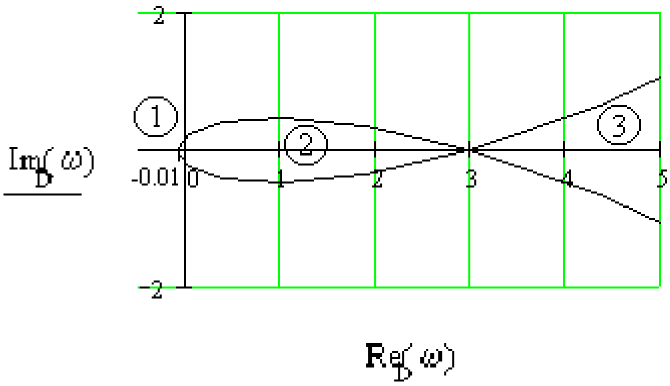
$$D(j\omega) = j10\omega^3 + 12{,}4\omega^2 - j2{,}5\omega - 0{,}1$$

Выделим вещественную и мнимую часть

$$\begin{cases} \operatorname{Re}_D(\omega) = 12{,}4\omega^2 - 0{,}1 \\ \operatorname{Im}_D(\omega) = 10\omega^3 - 2{,}5\omega \end{cases}$$

Построим кривую *D*-разбиений, изменяя ω от 0 до ∞.

ω	0	0,09	0,5	+∞
$\operatorname{Re}_D(\omega)$	-0,1	0	3	+∞
$\operatorname{Im}_D(\omega)$	0	-0,217	0	+∞



Кривая симметрична относительно вещественной оси. Она разбивает плоскость на 3 области. Для определения области устойчивости необходимо выбрать по одному значению D из каждой области и проверить устойчивость системы. Если система устойчива при каком-то значении, то будет устойчива и при других значениях D из этой области. Для области $-\infty<D<-0{,}1$ не будет выполняться необходимое условие устойчивости. Области будут чередоваться. Система устойчива в области 2. Таким образом, область устойчивости $-0{,}1<k<3$.

Задачи

6.1. Определить $T_{\text{гран}}$ с помощью критерия Гурвица для системы рис.6.1, где $W_1(p)=\dfrac{2}{0{,}5p+1}$, $W_2=\dfrac{5}{Tp+1}$, $W_3=\dfrac{1}{p}$

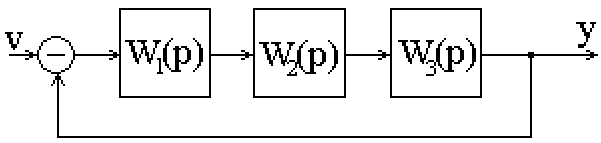
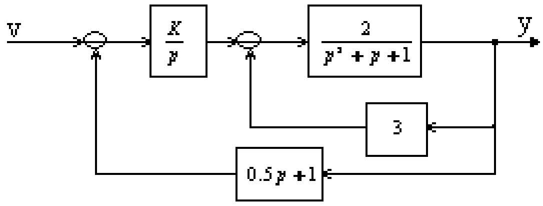
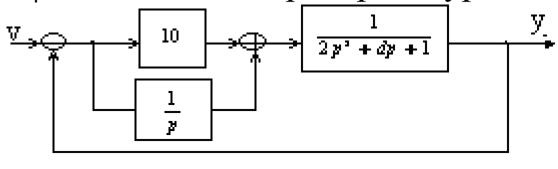


Рис.6.1.

6.2. Определить $K_{\text{гран}}$ с помощью критерия Гурвица для системы



6.3. Определить $d_{\text{гран}}$ с помощью критерия Гурвица для системы



6.4. С помощью критерия Гурвица определить область допустимых значений коэффициента k для системы рис.6.2, где $W_1(p)=\dfrac{k}{p+1}$, $W_2(p)=\dfrac{0{,}2}{p^2+0{,}4p+1}$

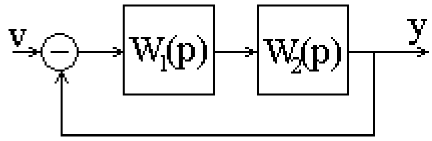
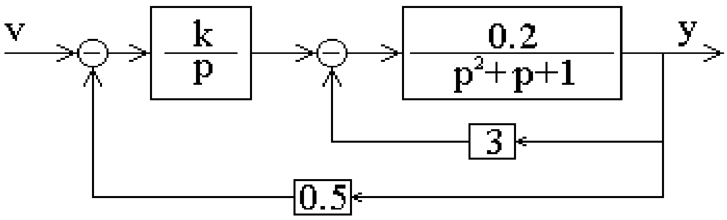


Рис.6.2.

6.5. С помощью критерия Гурвица определить $K_{гран}$ для системы



6.6. Определить $K_{гран}$ с помощью критерия Михайлова для системы рис.6.1, где $W_1(p)=\dfrac{k}{2p+1}$, $W_2(p)=\dfrac{4}{5p+1}$, $W_3(p)=\dfrac{1}{p+1}$.

6.7. Определить с помощью критерия Михайлова область устойчивости системы рис.6.3 по α, где $a_1=3$; $a_2=\alpha$; $a_3=5$; $b=4$.

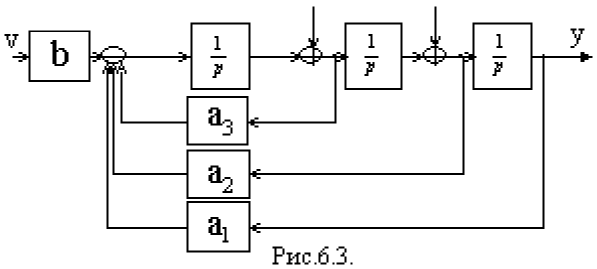


Рис.6.3.

6.8. Определить $d_{гран}$ с помощью критерия Найквиста для системы рис.6.4, где $W_1(p)=\dfrac{5}{p+1}$, $W_2(p)=\dfrac{1}{p^2+2dp+1}$, $W_3(p)=2$.

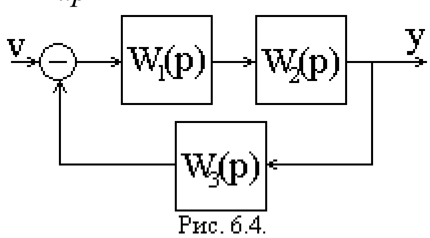
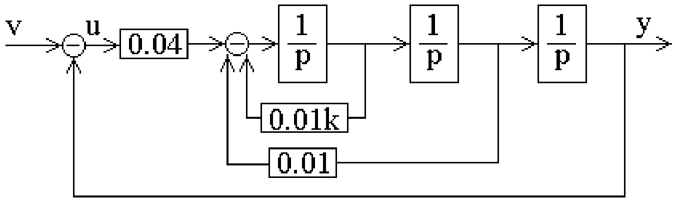


Рис. 6.4.

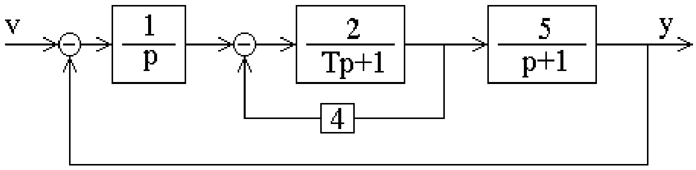
6.9. Найти область устойчивости по k с помощью критерия Найквиста для системы рис.6.2. Здесь $W_1(p)=\dfrac{5}{p+1}$, $W_1(p)=\dfrac{5}{p+1}$.

6.10. Определить $K_{гран}$ с помощью критерия Найквиста для системы



6.11. Определить $K_{\text{гран}}$ для системы рис.6.2, где $W_1 = \dfrac{1}{2p+1}$, $W_1 = \dfrac{k}{p^2 + p + 1}$.

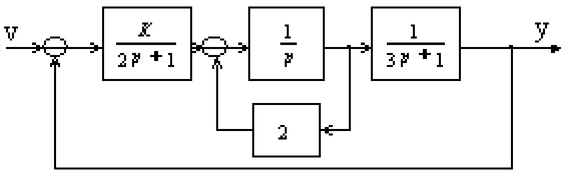
6.12. Определить граничное значения T с помощью критерия Найквиста для системы



6.13. Определить область устойчивости по K для системы рис.6.4, где $W_1(p) = \dfrac{1}{p+5}$, $W_2(p) = \dfrac{k}{p+1}$, $W_3(p) = \dfrac{1}{p+2}$.

6.14. Найти область устойчивости по α для системы рис.6.3, где $a_1=\alpha$; $a_2=3$; $a_3=4$; $b=2$.

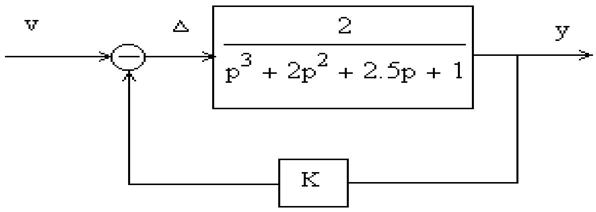
6.15. Определить область устойчивости по K для системы



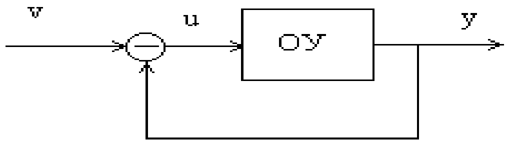
6.16. Определить область допустимых значений параметра α методом D-разбиений для системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - \alpha x_2 - 5x_3 + 0.4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

6.17. Найти методом *D*- разбиения область устойчивости по *К* для системы



6.18. Найти методом *D* - разбиения область устойчивости по параметру α для системы,



где модель ОУ задана уравнениями вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -\alpha \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 + 5 \cdot u. \end{cases}$$

6.19. Найти методом *D* - разбиения при *k*=4 область устойчивости по параметру *T* для системы рис.6.1. Здесь $W_1(p) = \dfrac{2}{p}$, $W_2(p) = \dfrac{4}{Tp+1}$, $W_3(p) = \dfrac{k}{5p+1}$.

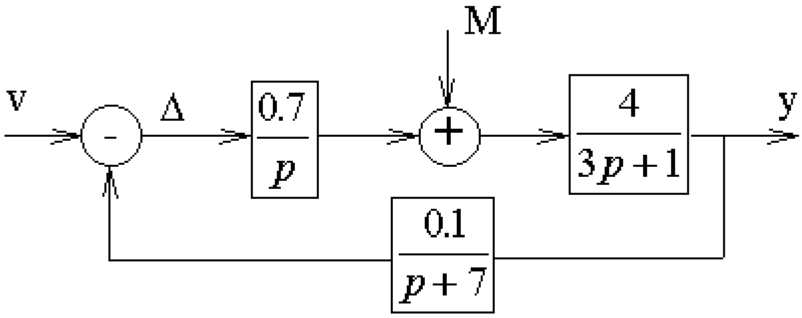
6.20. Найти методом *D* - разбиения при *T*=1 область устойчивости по параметру *k* для системы рис.6.1. Здесь $W_1(p) = \dfrac{2}{p}$, $W_2(p) = \dfrac{4}{Tp+1}$, $W_3(p) = \dfrac{k}{5p+1}$.

6.21. Методом *D* - разбиения построить область устойчивости по параметру *k* для системы рис.6.4. Здесь $W_1(p) = \dfrac{k}{p+1}$, $W_2(p) = \dfrac{1}{p+1}$, $W_3(p) = \dfrac{1}{p+1}$.

6.22. Методом *D* - разбиения построить область устойчивости системы по параметру *T* для системы рис.6.4. Здесь $W_1(p) = \dfrac{12}{p+1}$, $W_2(p) = \dfrac{1}{p+1}$, $W_3(p) = \dfrac{1}{Tp+1}$.

Тема 7. Анализ установившегося режима

Пример 7.1. Определить полную статическую ошибку для системы, структурная схема которой представлена на рисунке полагая, что *V=4(t), M=2(t)*.

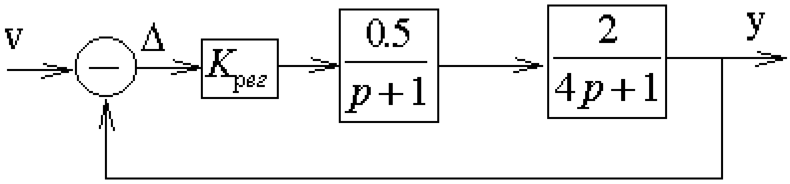


Решение. Выражение для ошибки в операторной форме имеет следующий вид:

$$\Delta(p)=\frac{p(3p+1)(p-7)}{p(3p+1)(p-7)+0{,}28}v(p)-\frac{0.4p}{p(3p+1)(p-7)+0{,}28}M(p).$$

Полная статическая ошибка для системы $\Delta^0=\lim\limits_{p\to 0}\Delta(p)=0$. Ошибка в данном случае от параметров v и M не зависит.

Пример 7.2. По известной структурной схеме системы и заданному значению статической ошибки ($\Delta^0=5\%$) определить величину коэффициента передачи регулятора $K_{рег}$.



Решение. Ошибка от входного воздействия определяется следующим операторным выражением:

$$\Delta=W_v(p)v,\ \text{где}\ W_v(p)=\frac{4p^2+5p+1}{4p^2+5p+1+k}.$$

При $p\to 0$ получим статическую ошибку $\Delta_{ст}{}^0=\dfrac{1}{1+k}v$, которая должна удовлетворять неравенству $\dfrac{1}{1+k}\le 0{,}05$. Отсюда находим коэффициент передачи $k\ge 19$.

Замечание. Если выражение для ошибки $\Delta(p)$ получено на основе преобразования Лапласа, тогда величина ошибки в установившемся режиме вычисляется в соответствии с предельной теоремой на основе следующего соотношения $\Delta^0=\lim\limits_{p\to 0}p\Delta(p)$.

Задачи

7.1. Для системы, заданной структурной схемой (рис 7.1), записать выражение для полной динамической ошибки, определить абсолютную статическую ошибку при $W_1(p)=10$, $W_2(p)=\dfrac{0{,}2}{3p+1}$, V=1(t), M=2(t).

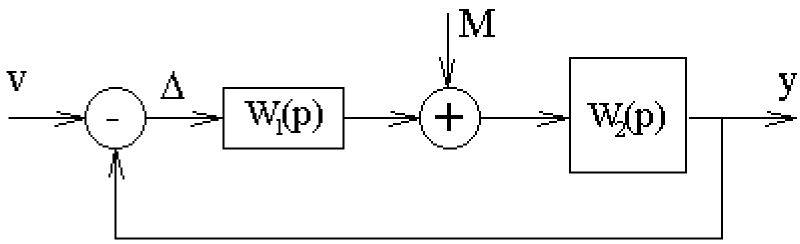


Рис.7.1.

7.2. Определить полную статическую ошибку Δ_{cm}^{0} для системы, структурная схема которой представлена на рис. 7.2, при $W_1(p) = \dfrac{5}{p^2 + 2p + 2}$; $W_2(p) = \dfrac{0{,}1}{0{,}4p + 1}$; $W_3(p) = \dfrac{10}{p + 10}$; V=1(t); M=10(t).

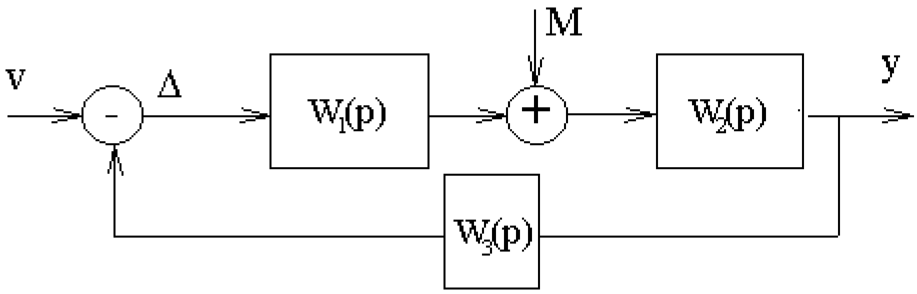
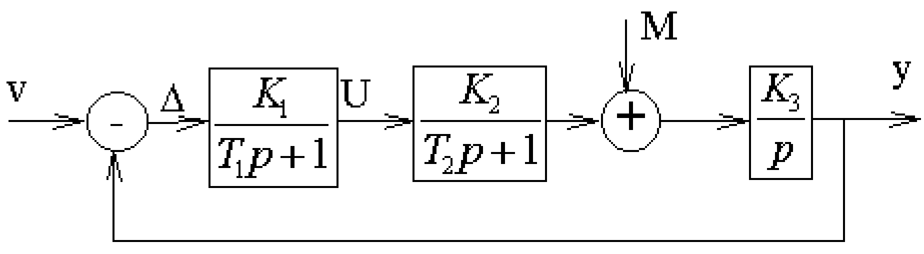


Рис.7.2.

7.3. Определить полную статическую ошибку для системы, структурная схема которой представлена на рис. 7.2, при $W_1(p) = \dfrac{0{,}7}{p}$; $W_2(p) = \dfrac{4}{3p + 1}$; $W_3(p) = \dfrac{0{,}1}{p + 7}$; V=4(t); M=2(t).

7.4. Для системы, заданной структурной схемой, определить абсолютную статическую ошибку от входного воздействия и оценить ”вклад” внешнего возмущения M на управляющее воздействие U (при V,M=const)



7.5. Для системы, представленной на рис. 7.3, определить относительную статическую и скоростную ошибки при V=5·t·1(t)

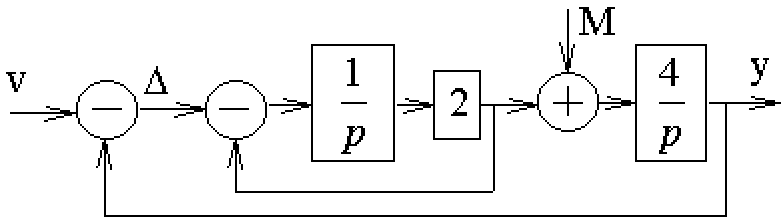
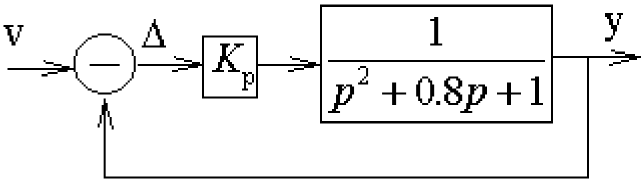


Рис.7.3.

7.6. Определить величину коэффициента передачи K_p для обеспечения требуемого значения статической ошибки ($\Delta^0_{ст} \le 1\%$) в системе, заданной структурной схеме



7.7. Известна передаточная функция разомкнутой системы

$$W_р(p) = \frac{K}{p(1+Tp)},$$

где T=1.6 с. Необходимо определить значение коэффициента передачи K,