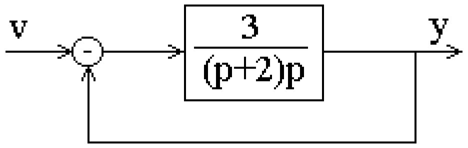
обеспечивающего требуемое значение скоростной ошибки ($\Delta^0_{ск} \le 5\%$).

7.8. Определить величину коэффициента передачи K_p для обеспечения требуемого значения статической ошибки ($\Delta^0_{ст} \le 0.03$) в системе на рис.7.1, где

$$W_1(p) = \frac{K_p}{0{,}5p+1};\; W_2(p) = \frac{0{,}4}{2p^2+p+1};\; V{=}2\cdot 1(t);\; M{=}1(t).$$

Тема 8. Анализ переходных процессов (корневой метод).

Пример 8.1. Необходимо получить оценку для времени переходного процесса в системе



Решение. Найдем передаточную функцию замкнутой системы

$$W_{y/v}(p) = \frac{3}{p^2+2p+3}$$

Запишем ее характеристическое уравнение $p^2+2p+3=0$, корни которого равны $\lambda_{1,2}= -1 \pm j\sqrt{2}$. Таким образом степень устойчивости η=1, в результате получаем оценку для времени переходного процесса $t_п \approx \frac{3}{\eta} = 3$ с.

Задачи

8.1. Оценить $t_п$ для объекта, поведение которого описано передаточной функцией $W(p) = (6p+1)/(p^2+4p-5)$.

8.2. Оценить показатели качества переходных процессов для объекта, поведение которого описано передаточной функцией $W(p) = 10/(p^2+3p+1)$.

8.3. Оценить показатели качества переходных процессов для объекта, поведение которого описано передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10}{p^3+4p^2+p+1}.$$

8.4. Оценить показатели качества переходных процессов в системе, уравнения состояния которой следующие:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 5x_2 + 6u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

8.5. Оценить время переходного процесса в системе, уравнения состояния которой следующие:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 5x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

8.6. Оценить время переходного процесса $t_п$ и перерегулирование σ в замкнутой системе, если уравнение состояний разомкнутой имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -8x_1 - 4x_1 + 5u, \\ y = 0.5x_1. \end{cases}$$

8.7. Уравнение закона обратной связи имеет вид $u = 2(v - y)$. Оценить σ и колебательность μ для системы, описание которой имеет вид
$5\ddot{y} + 6\dot{y} + 2y = 0.8u.$

8.8. Оценить перерегулирование σ и колебательность μ для системы, описание которой имеет вид

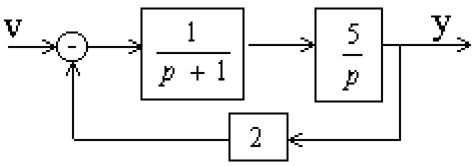
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - 2x_1, \\ \dot{x}_2 = -4x_1 - 6x_2 + 7v, \\ y = x_1. \end{cases}$$

8.9. Найти оценку для времени переходного процесса $t_п$ корневым методом для системы вида $4\ddot{y} + 0.4\dot{y} + 2y = 10\dot{v} + v.$

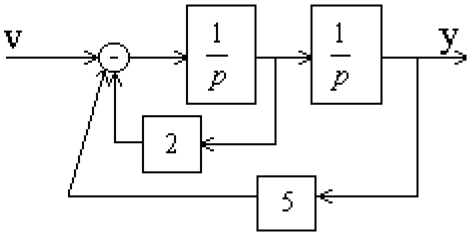
8.10. Найти оценки $t_п$ и σ в системе $6\ddot{y} + 0.8\dot{y} + 4y = 8v.$

8.11. Оценить $t_п$ корневым методом в замкнутой системе с единичной отрицательной обратной связью, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид $W_{раз}(p) = 1.8/(2.2p^2 + 0.6p + 3).$

8.12. Оценить время переходного процесса в системе, которая задана следующей структурной схемой:



8.13. Оценить показатели качества переходных процессов в системе



8.14. Оценить показатели качества переходных процессов, в системе на рис.8.1., где $W_1(p) = 2/(p+1)$, $W_2(p) = 1/p$.

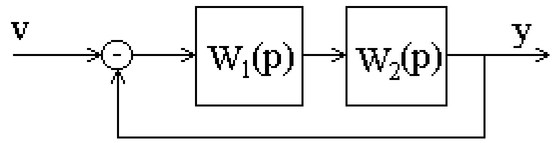
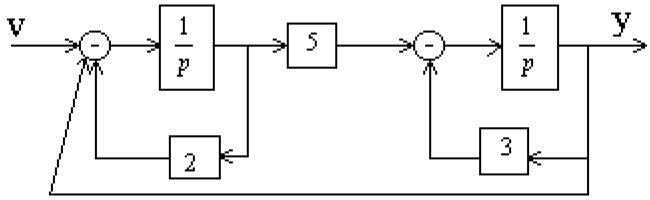
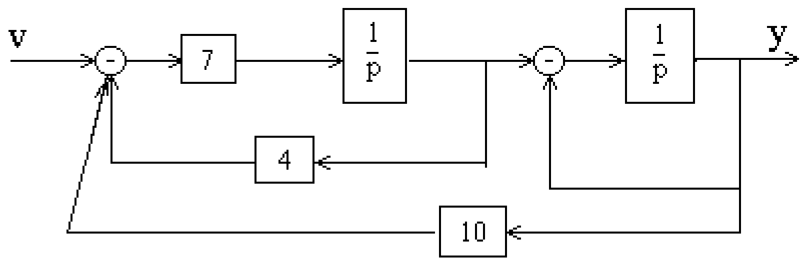


Рис.8.1.

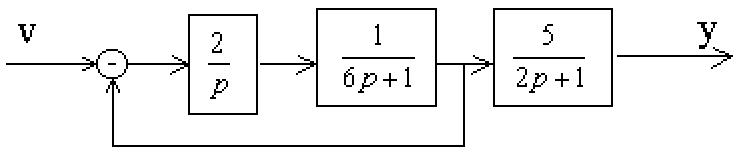
8.15. Оценить время переходного процесса в следующей системе



8.16. Оценить показатели качества переходных процессов в следующей системе

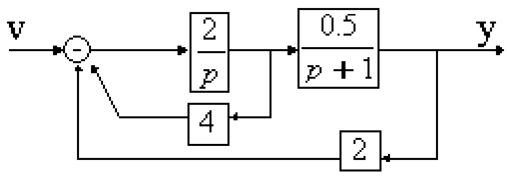


8.17. Оценить показатели качества переходных процессов в следующей системе

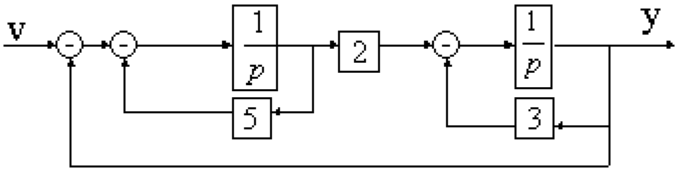


8.18. Оценить показатели качества переходных процессов в системе на рис.8.1., где $W_1(p) = 1/(5p+1)$, $W_2(p) = 2/(p+1)$.

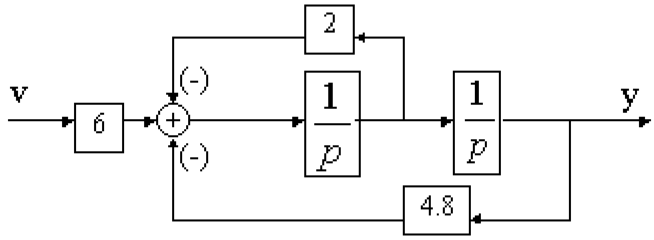
8.19. Найти оценки для $t_{\text{п}}$ и σ корневым методом в системе следующего вида:



8.20. Найти оценки для $t_{\text{п}}$ и σ корневым методом в системе следующего вида:

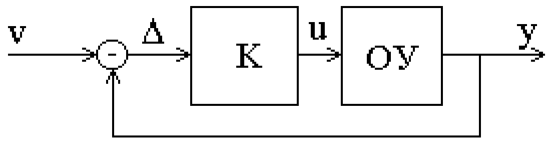


8.21. Найти оценки качества переходных процессов в системе



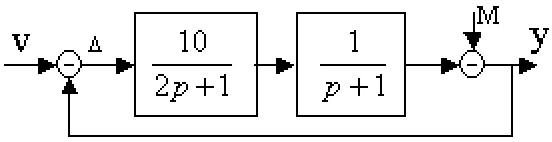
8.22. Используя корневой метод, оценить σ и $t_п$ в системе на рис.8.1., где $W_1(p) = k$, $W_2(p) = 2/(p^2 + 1.6p + 1)$.

8.23. Используя корневой метод, оценить σ и $t_п$ в замкнутой системе при К=2, где модель объекта управления имеет следующий вид:



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

8.24. Оценить $t_п$ и σ, определить относительную статическую ошибку по входному воздействию v и по возмущению M для системы



8.25. Определить коэффициент k, для которого относительная статическая ошибка по входному воздействию v не превышает 2 % в системе на рис.8.2., оценить $t_п$ и σ для замкнутой системы при найденном значении коэффициента k. Здесь $W_1(p) = k/(8p+1)$, $W_2(p) = 2/(2p+1)$.

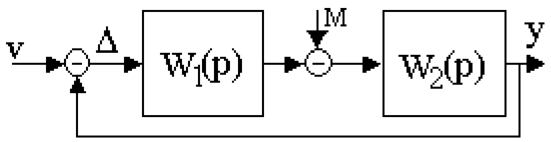


Рис.8.2.

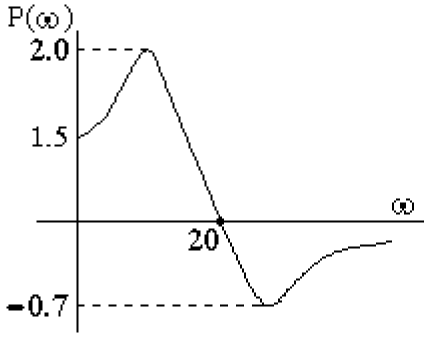
8.26. Определить коэффициент k, для которого относительная статическая ошибка по возмущению M не превышает 1 %, оценить $t_п$ и σ для системы на рис.8.2., где $W_1(p) = k/(p+1)$, $W_2(p) = 5/(2p+1)$.

8.27. Определить коэффициент k, для которого скоростная ошибка по входному воздействию v не превышает 2 %, вычислить $t_п$, σ и относительную ошибку по возмущению M для системы на рис.8.2., где $W_1(p) = k/p$, $W_2(p) = 2/(0.1p+1)$.

8.28. Определить коэффициент k, для которого относительная ошибка воспроизведения гармонического сигнала по входному воздействию v на частоте ω=0.1 $с^{-1}$ удовлетворяет условию Δ(ω)≈5%. Вычислить $t_п$, σ и величину относительной ошибки по возмущению M для найденного значения k в системе на рис.8.2., где $W_1(p) = k/(0.1p+1)$, $W_2(p) = 5/(0.01p+1)$.

Тема 9. Анализ качества переходных процессов (частотный метод).

Пример 9.1. Найти оценки для показателей качества переходного процесса (σ, $t_п$) по виду вещественной частотной характеристики P(ω).



Решение. Найдем начальное значение переходной функции $h(0) = P(\infty) = 0$ и установившееся значение переходной функции $h(\infty) = P(0) = 1.5$. Вычислим оценку для перерегулирования в системе по формуле

$$\sigma = \frac{1.27 \cdot P\max + 0.3 \cdot |P\min| - P(0)}{P(0)} \cdot 100\%.$$

Так как Pmax = 2.0 и Pmin = - 0.7 соответственно получаем

$$\sigma = \frac{1.27 \cdot 2.0 + 0.3 \cdot 0.7 - 1.5}{1.5} \cdot 100\% = 83.3\%.$$

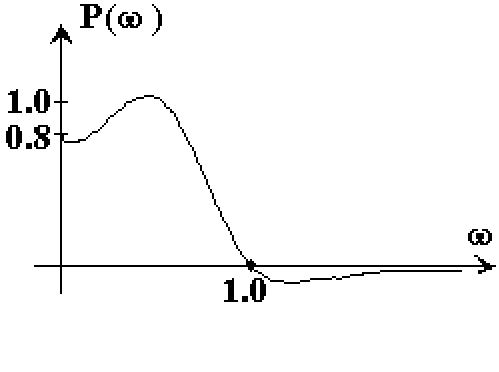
Найдем оценку для времени переходного процесса в системе по соотношению

$t_n = \dfrac{(3 \div 5) \cdot \pi}{\omega_n}$. Так как $\omega_n = 20 c^{-1}$, тогда

$$t_n = \frac{(3 \div 5) \cdot \pi}{20} = 0.15\pi \div 0.25\pi = 0.471 \div 0.785 c.$$

Задачи.

9.1. Вычислить показатели качества переходного процесса и нарисовать вид переходной характеристики системы, вещественная частотная характеристика которой представлена на рис.9.1.



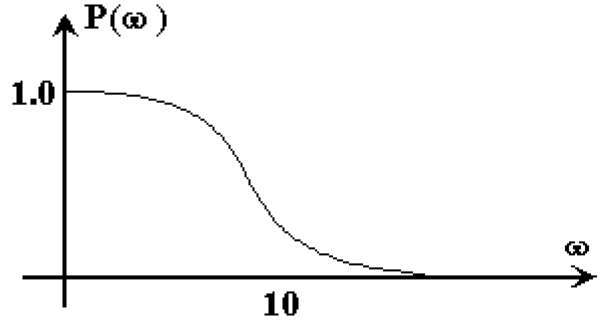


Рис.9.1. Рис.9.2.

9.2. Найти оценки для показателей качества переходного процесса (σ, $t_п$) по виду вещественной частотной характеристики P(ω) на рис.9.2.

9.3. Найти оценки для показателей качества переходного процесса (σ, $t_п$) по виду вещественной частотной характеристики P(ω) на рис.9.3.

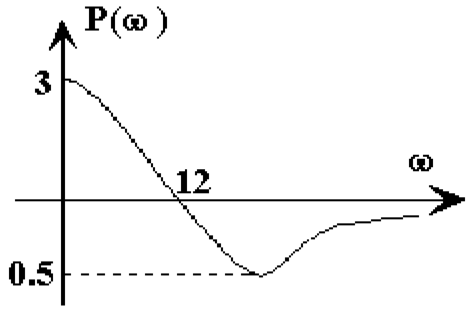


Рис.9.3.

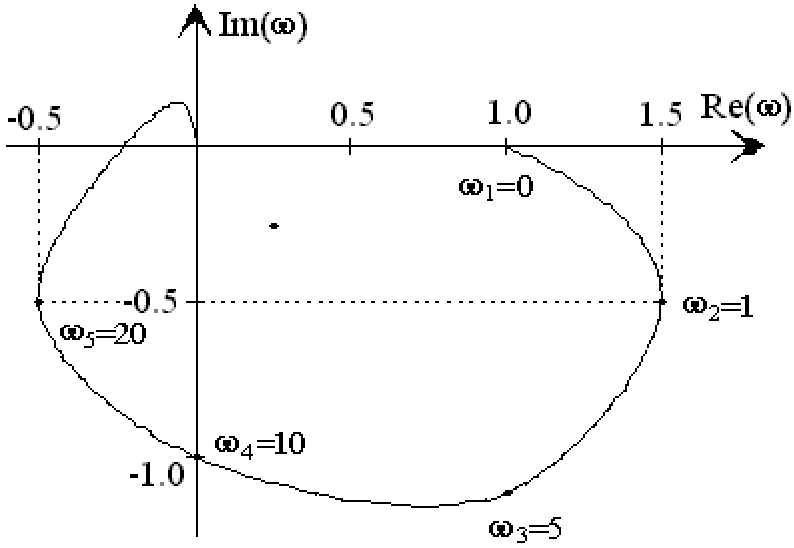
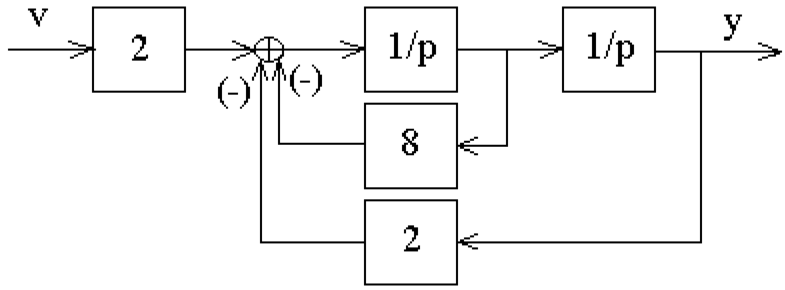


Рис.9.4.

9.4. По виду АФХ замкнутой системы (рис.9.4) определить оценки для $\Delta(t = \infty)$, σ и $t_п$ в этой системе.

9.5. Оценить показатели качества переходного процесса σ и $t_п$, если известна передаточная функция системы $W(p) = 16/(p^2 + 0.8p + 1)$.

9.6. Найти оценки для показателей качества переходного процесса σ и $t_п$ в системе, структурная схема которой имеет вид



9.7. Определить

показатели качества переходного процесса σ и $t_п$, если известна модель системы в виде дифференциального уравнения

$$\dddot{y} + 5\ddot{y} + 4\dot{y} + y = 0.8u.$$

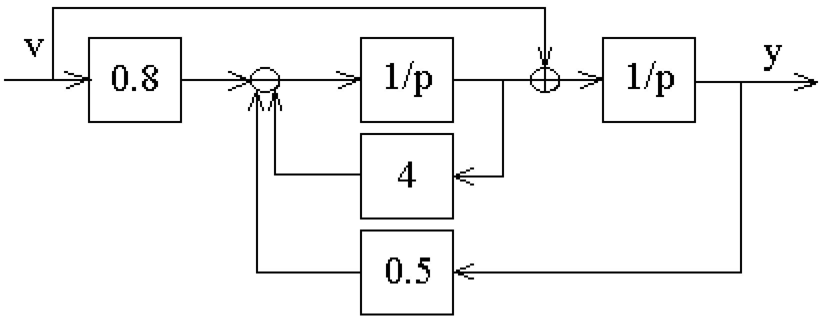
9.8. Определить показатели качества переходного процесса σ и $t_п$, если известна модель системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -0.5x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

9.9. Определить показатели качества переходного процесса σ и $t_п$, если известна модель системы в пространстве состояний

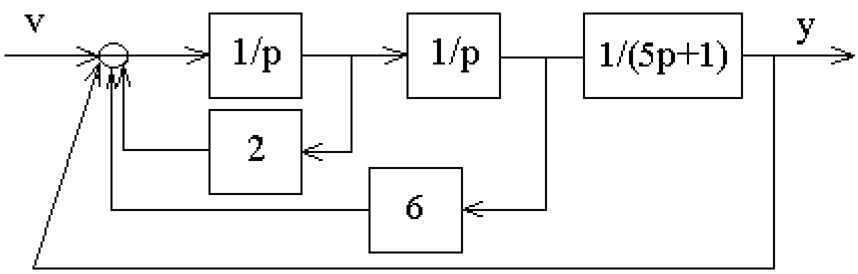
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - 0.2x_1 + 0.1u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2 + 1.5u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

9.10. Определить показатели качества переходного процесса σ и $t_п$ в системе, структурная схема которой имеет вид



9.11.

Определить показатели качества переходного процесса σ и $t_п$ в системе, структурная схема которой имеет вид



9.12. Используя частотный метод, оценить величины $\Delta(t=\infty)$, σ, $t_п$ в замкнутой системе, где модель объекта управления задана передаточной функцией $W_0(p) = 100/(p^2 + 10p + 1)$.

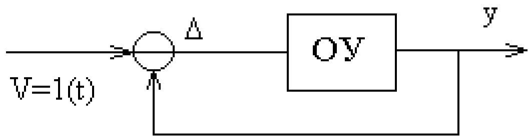


Рис.9.4.

9.13. Используя частотный метод, оценить величины $\Delta(t=\infty)$, σ, $t_п$ в замкнутой системе (рис.9.4.), где модель объекта управления имеет следующий вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 10x_2 + 5u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

9.14. Найти величину коэффициента k, для которого величина относительной ошибки по входному воздействию V не превышает 10%, а по возмущению M не превышает 5% (рис.9.2). Используя частотный метод анализа показателей качества переходных процессов, вычислить $t_п$ и σ для найденного значения k. Здесь $W_1(p) = k/(p+1)$; $W_2(p) = 10/(3p+1)$.

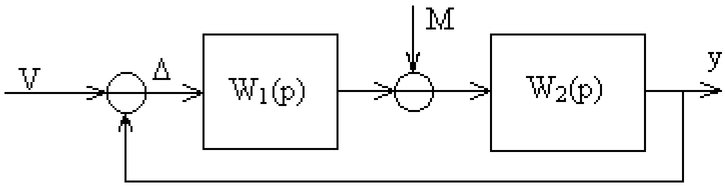
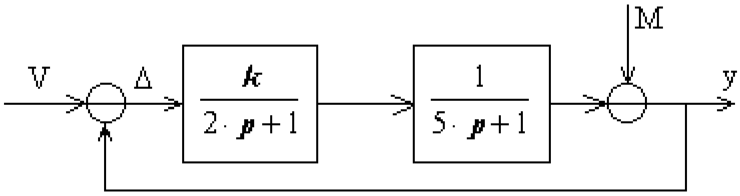
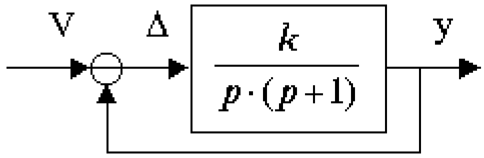


Рис.9.5

9.15. Найти величину коэффициента k, для которого величина относительной ошибки в равновесном режиме по входному воздействию V не превышает 1%. Используя частотный метод анализа показателей качества переходных процессов, вычислить $t_п$ и σ для найденного значения k. Вычислить величину относительной ошибки в равновесном режиме по возмущению M.



9.16. Найти величину коэффициента k, для которого величина скоростной ошибки по входному воздействию меньше 10% от V. Вычислить $t_п$ и σ для найденного значения k. Использовать частотный метод анализа показателей качества переходных процессов.

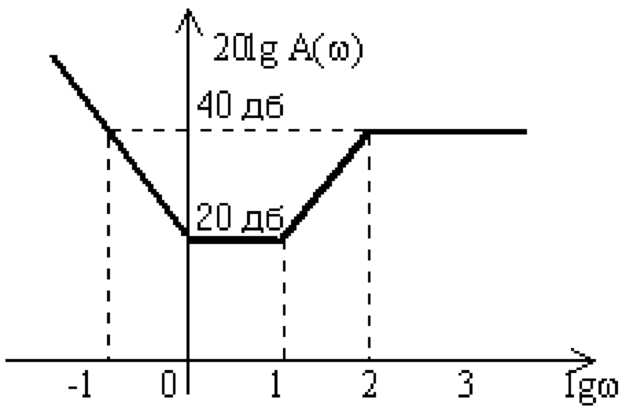


9.17. Найти величину коэффициента k, для которого величина относительной ошибки в равновесном режиме по входному воздействию V не превышает 2% (рис.9.5). Используя частотный метод анализа показателей качества переходных процессов, вычислить $t_п$ и σ для найденного значения k. Вычислить величину относительной ошибки в равновесном режиме по возмущению M. Здесь $W_1(p) = k/(2p+1)$; $W_2(p) = 1/(2p+1)$.

Тема 10. Асимптотическая ЛАЧХ

Пример 10.1. Записать передаточную функцию по виду ЛАЧХ динамической системы.

Решение. Определим частоты сопряжения и соответствующие им постоянные времени: $\lg\omega_1 = -1 \;\Rightarrow\; T = 0.1$; $\lg\omega_2 = 0 \;\Rightarrow\; T = 1$;
$\lg\omega_3 = 1 \;\Rightarrow\; T = 10$;



$\lg\omega_4 = 2 \;\Rightarrow\; T = 100$.

Определим коэффициент усиления $20\lg k = 20, k = 10$. В результате получаем, что передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{10(p+1)(10p+1)}{(0.1p+1)(100p+1)}.$$

Задачи

10.1. Построить асимптотическую ЛАЧХ по заданной передаточной функции

$$W(p) = 10/[(p+1)(0.1p+1)].$$

10.2. Построить ЛАЧХ для объекта с передаточной функцией вида

$$W(p) = \frac{10(0.1p+1)}{(0.01p+1)(10p^2+11p+1)}.$$

10.3. Построить асимптотическую ЛАЧХ по заданной передаточной функции

$$W(p) = (p+10)/(9p^3+10p^2+p).$$

10.4. Построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику системы, передаточная функция которой имеет следующий вид

$$W(p) = \frac{10(p+1)}{(0.01p^2+0.06p+1)(10p+1)}.$$

10.5. Построить асимптотическую ЛАЧХ системы, передаточная функция которой имеет вид

$$W(p) = \frac{k \cdot (T_1 \cdot p+1)}{p^4 \cdot (T_2{}^2 \cdot p^2 + 2 \cdot d \cdot T_2 p + 1)}.$$

Значения параметров приведены в таблице.

Таблица 10.1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
k	100	0,1	1	10	100	1	0,1	100
T_1	10	100	20	1	10	50	0	1
T_2	1	10	1	10	0	10	0,1	10
d	0,8	1	0,6	0,7	0	0,6	0,8	1,5

10.6. Построить асимптотическую ЛАЧХ системы, математическая модель которой имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + 5u, \\ y = x_2. \end{cases}$$

10.7. Построить асимптотическую ЛАЧХ для динамической системы на рис.10.1 с разомкнутой главной обратной связью.

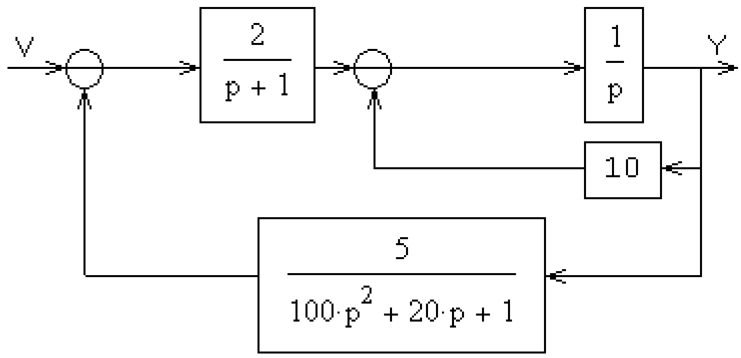
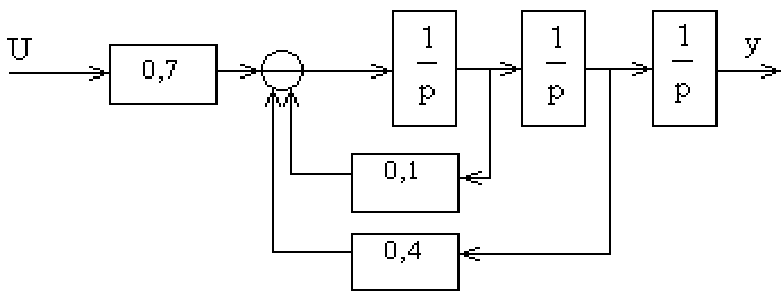


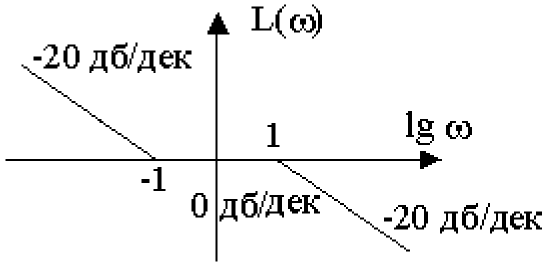
Рис. 10.1

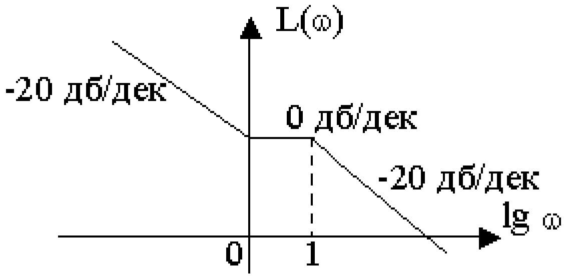
10.8. Построить асимптотическую ЛАЧХ системы по заданной структурной схеме



10.9.

Найти передаточную





функцию W(p) *по*

виду асимптотической ЛАЧХ (рис.10.2)

Рис.10.2. Рис.10.3.

10.10. Записать *W(p)* по виду асимптотической ЛАЧХ (рис.10.3), определить коэффициенты передачи сигналов, частоты которых равны $\omega_1 = 0.1\ c^{-1}$; $\omega_2 = 10\ c^{-1}$; $\omega_3 = 1000\ c^{-1}$. Определить статическую и скоростную ошибки в замкнутой системе с единичной отрицательной обратной связью.

10.11. Записать *W(p)* по виду асимптотической ЛАЧХ (рис.10.4), определить коэффициент передачи гармонического сигнала, частота которого равна $\omega = 15\ c^{-1}$.

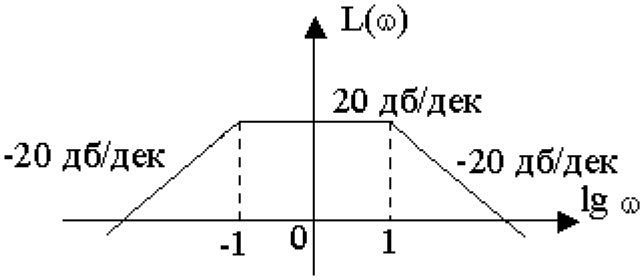


Рис.10.4.

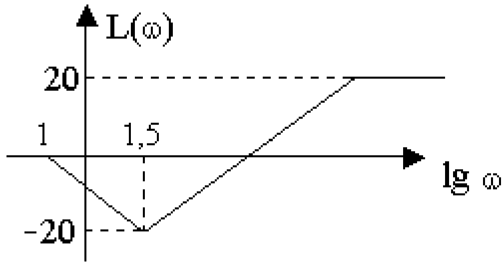
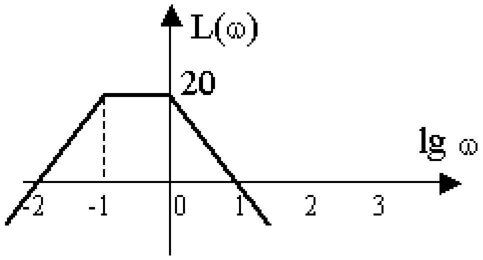


Рис.10.5.

10.12. Записать *W(p)* по виду асимптотической ЛАЧХ (рис.10.5). Определить коэффициенты передачи сигналов, частоты которых равны $\omega_1 = 1\ c^{-1}; \omega_2 = 1000\ c^{-1}$, определить величину статической ошибки в замкнутой системе с единичной отрицательной обратной связью.

10.13. Записать выражение для передаточной функции системы, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика которой имеет следующий вид:



Тема 11. Построение желаемой ЛАЧХ.

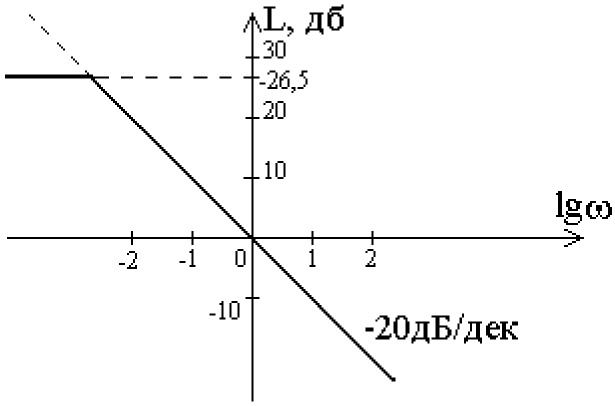
Пример 11.1. По заданным требованиям к качеству процессов в системе 2-го порядка ($\sigma = 30\%, t_n = 10c, \Delta^0 = 5\%$) построить желаемую ЛАЧХ (НЧ и СЧ-асимптоты).

Решение. Найдем желаемый коэффициент усиления разомкнутой системы

$$1 / (1 + k_р) \le 0{,}05\text{ , т.е. } k_р \ge 21$$
$$20\lg k_р = 20\lg 21 = 26{,}5$$

По номограммам определяем $t_п$. В частности, для σ = 30% получим выражение $t_п = 5\pi/\omega_п$, из которого следует $\omega_п = 5\pi/t_п = 5\pi/10 = 1{,}57$. Затем вычисляем $\omega_с$ и ΔL.

$$\omega_с = (0{,}7 \div 0{,}9)\omega_п = 1 \Rightarrow \lg\omega_с = \lg 1 = 0,\ \Delta L = 15.$$



Задачи.

11.1. По заданным требованиям к качеству процессов в системе 3-го порядка построить желаемую ЛАЧХ (НЧ и СЧ-асимптоты). $\sigma = 40\%, t_n = 5c, \Delta^0 = 5\%.$

11.2. По заданным требованиям к качеству процессов в системе 4-го порядка построить желаемую ЛАЧХ (НЧ и СЧ-асимптоты). $\sigma = 20\%, t_n = 5c, \Delta_{\text{ст}} = 0\%.$

11.3. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.1.

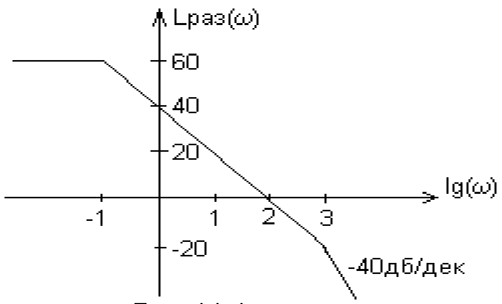


Рис.11.1.

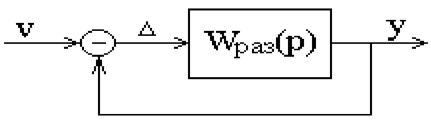


Рис.11.2.

Необходимо для системы с единичной отрицательной обратной связью найти σ, t_n, и Δ^0 в замкнутой системе.

11.4. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.3.

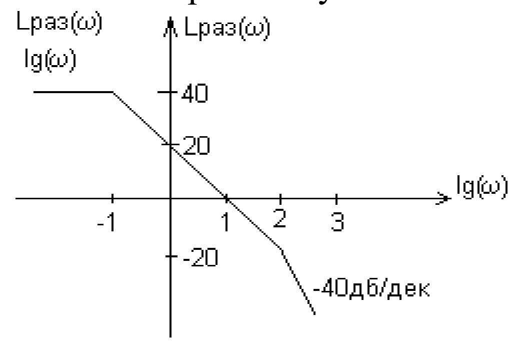


Рис.11.3.

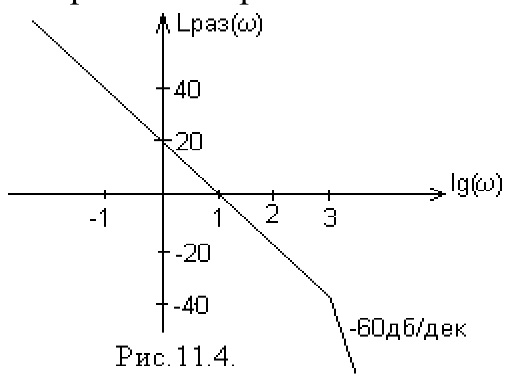


Рис.11.4.

Необходимо найти σ, t_n, и Δ^0 в замкнутой системе (рис.11.2).

11.5. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.4. Необходимо для системы (рис.11.2) вычислить величину относительной скоростной ошибки найти оценки для σ и t_n.

11.6. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.5

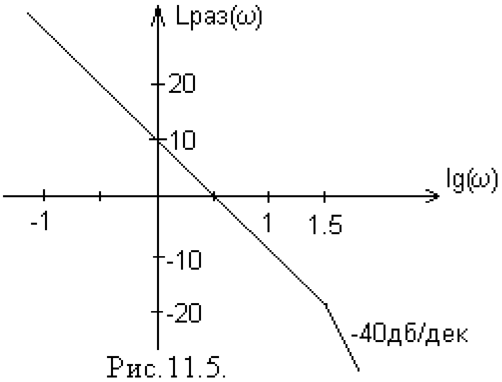


Рис.11.5.

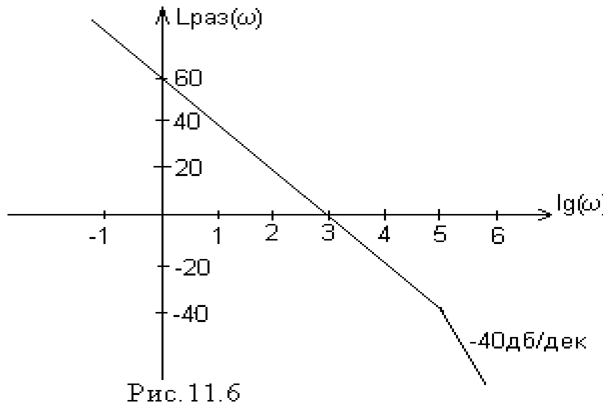


Рис.11.6

Необходимо вычислить величину относительной ошибки воспроизведения гармонического сигнала на частоте $\omega = 0{,}1\,\text{с}^{-1}$, найти оценки для σ и t_n в замкнутой системе (рис.11.2).

11.7. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.6. Необходимо вычислить величину относительной ошибки воспроизведения гармонического сигнала на частоте $\omega = 1\,\text{с}^{-1}$, найти оценки для σ и t_n в замкнутой системе (рис.11.2).

11.8. Модель объекта управления задана ЛАЧХ на рис.11.7.

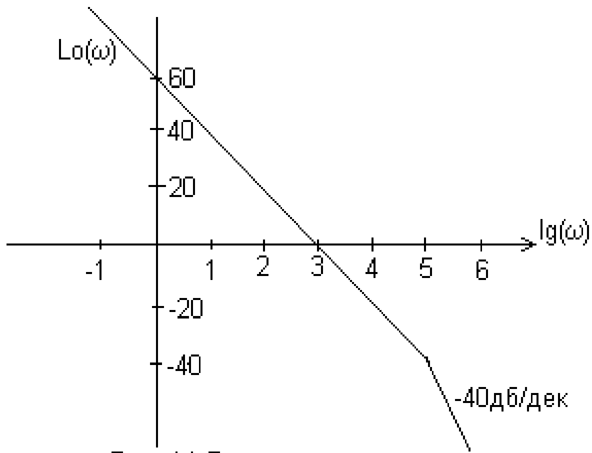


Рис.11.7.

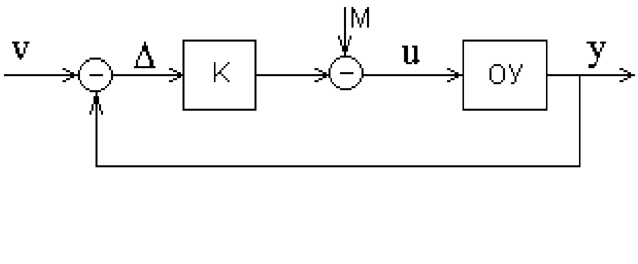


Рис.11.8.

Для системы, представленной на рис.11.8, необходимо найти коэффициент k, для которого величина $\overline{\Delta}(\omega)$ относительной ошибки воспроизведения гармонического сигнала по входному воздействию v на частоте ω=1 с$^{-1}$ удовлетворяет условию $\overline{\Delta} \approx 5\%$. Вычислить t_n и σ и величину ошибки по возмущению *M* для найденного значения *k*.

11.9. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.9.

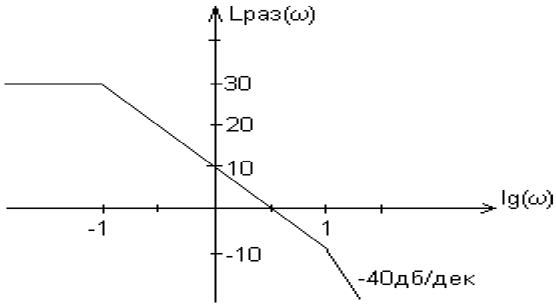


Рис.11.9.

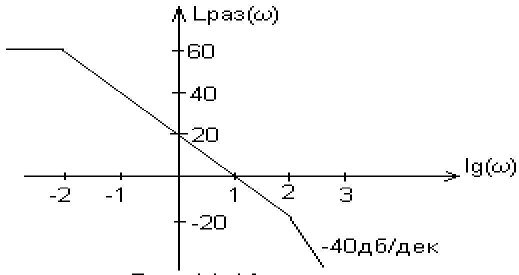


Рис.11.10.

Для системы (рис.11.2) необходимо найти t_n, Δ^0 и σ по виду ЛАЧХ разомкнутой системы. Вычислить величину относительной ошибки воспроизведения гармонического сигнала на частоте ω=1 с$^{-1}$.

11.10. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.10. Для системы (рис.11.2) необходимо найти t_n, Δ^0 и σ по виду ЛАЧХ разомкнутой системы. Вычислить величину относительной ошибки воспроизведения гармонического сигнала на частоте ω=0,1 с$^{-1}$.

11.11. Модель объекта управления, заданная в виде ЛАЧХ, изображена на рис.11.11.

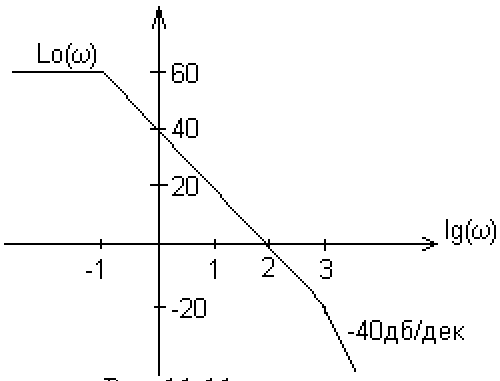


Рис.11.11.

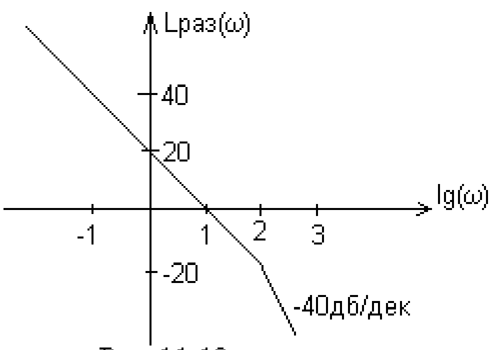


Рис.11.12.

Для системы (рис.11.8) необходимо найти коэффициент *k*, для которого величина относительной ошибки в равновесном режиме по входному воздействию *v* не превышает 5%. Вычислить показатели качества переходных процессов σ и t_n, для найденного значения *k*.

11.13. ЛАЧХ разомкнутой системы изображена на рис.11.12. Необходимо вычислить величину ошибки воспроизведения гармонического сигнала с частотой $\omega = 0{,}01\,\text{с}^{-1}$ по виду ЛАЧХ разомкнутой системы. Найти также оценки для σ и t_n.

Тема 12. Расчёт корректирующего звена частотным методом синтеза.

Пример 12.1. Известны передаточная функция нескорректированной системы и требования к качеству процессов. Необходимо рассчитать параметры регулятора частотным методом.

$$W_{н.с.}(p) = \frac{1}{(1.7p+100)(0.25p^2+0.425p+1)};$$

$$\sigma,\% \approx 30\%;\ t_n = 1.5c;\ \Delta_{ст.}\% = 1\%.$$

Решение. Выполним построение ЛАЧХ объекта. Сначала определим частоты сопряжения асимптот:

$$W_{н.с.}(p) = \frac{1}{(1.7p+100)(0.25p^2+0.425p+1)},$$

$T_1 = 0.017c,\quad \omega_1 = 1/0.017 = 58.8,\quad \lg\omega_1 = 1.8,\quad T_2 = 0.5c,\quad \omega_2 = 2,$ $\lg\omega_2 = 0.3.$ Коэффициент передачи (k_0) равен 1, тогда $20\lg k_0 = 20\lg 1 = 0.$

Далее выполним построение желаемой ЛАЧХ. По величине статической ошибки желаемый коэффициент разомкнутой системы и коэффициент регулятора: $\Delta_{ст.}\% = 1\%,\ 1/(1+k_p) \le 0.01,\ k_p \ge 99.$ Выберем $k_p = 100.$

В данном случае коэффициенты передачи разомкнутой системы и регулятора равны. $20\lg k_p = 20\lg 100 = 40.$

По требованиям к динамическим свойствам системы с помощью номограмм определим частоту среза (ω_c) и запас устойчивости по модулю (ΔL): $\omega_c = \dfrac{3\pi}{1.5} = 6.28,\ \lg\omega_c = 0.8,\ \Delta L = 16дБ.$

Низкочастотная (НЧ) асимптота желаемой ЛАЧХ имеет наклон 0 *дБ/дек* и проходит на уровне определяемом значением 20lgk_p. Среднечастотную асимптоту (СЧ) проводим через ω_c с наклоном –20*дБ/дек*. Слева СЧ – асимптоту продолжаем до пересечения с НЧ – асимптотой. Справа СЧ - асимптоты продолжаем за уровень, определяемый ΔL_0 , до частоты ω_1 , после этого наклон асимптоты изменяем до –60*дб/дек*. Сопряжение НЧ и СЧ – асимптот осуществлено с помощью отрезка прямой линии, имеющего наклон –20*дБ/дек*. Такое построение желаемой ЛАЧХ позволило понизить порядок регулятора. Геометрическим вычитанием ЛАЧХ нескорректированной системы из желаемой ЛАЧХ определим ЛАЧХ регулятора. По полученной характеристике определим неизвестную частоту сопряжения и запишем передаточную функцию регулятора: $\lg\omega_3 = -1.2,\ \omega_3 = 0.063,\ T_3 = 15.85,$

$$W_{рег}(p) = \frac{100(T_2 p^2 + 2dT_2 p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_1 p + 1)}.$$

Для d=0.8 имеем

$$W_{рег}(p) = \frac{100(0.25 p^2 + 0.8 p + 1)}{(15.85 p + 1)(0.017 p + 1)}.$$

Характеристики системы приведены на рис.12.1.

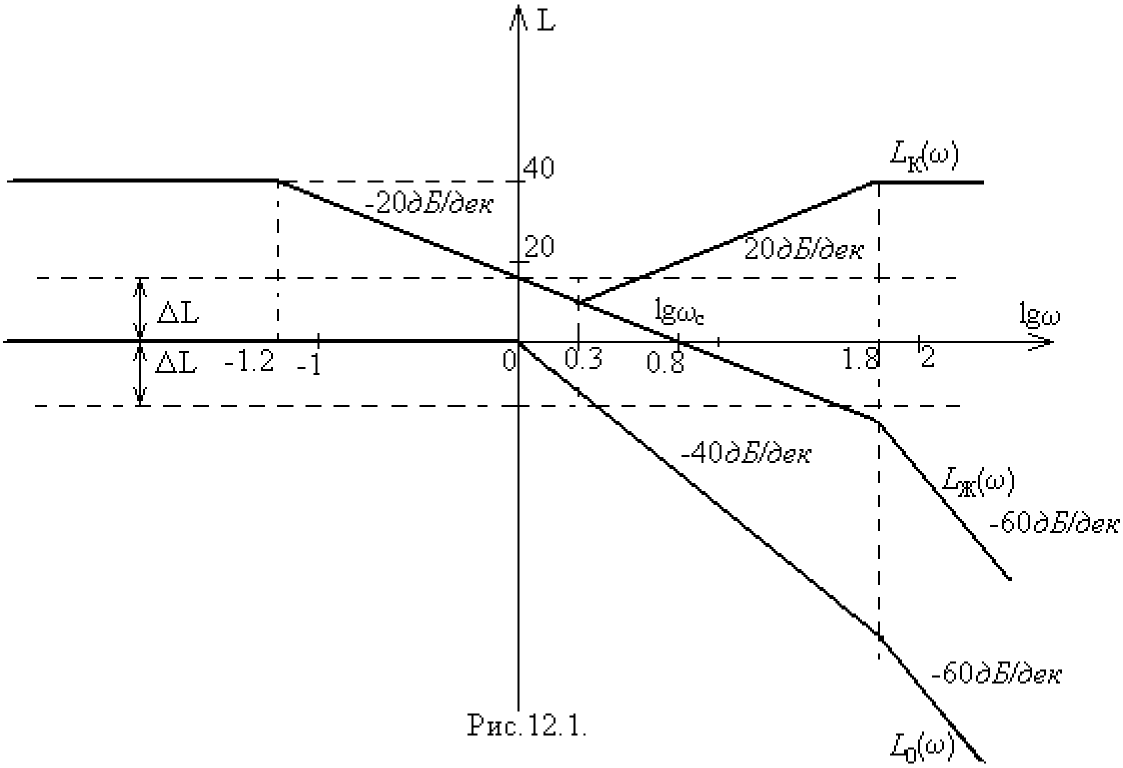
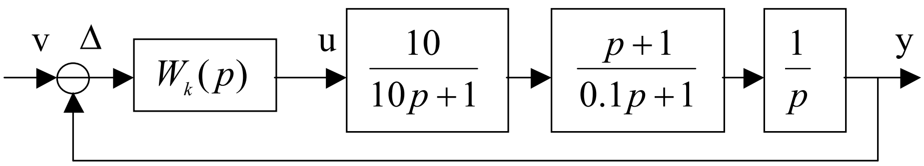


Рис.12.1.

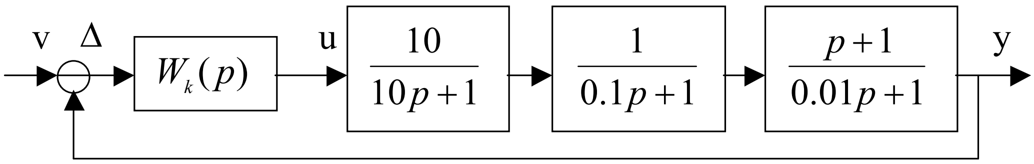
Задачи

12.1. Дана структурная схема системы вида



Необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом так, чтобы показатели качества переходных процессов в замкнутой системе удовлетворяли следующим требованиям: $t_n \le 10$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0 \le 3\%$.

12.2. Дана структурная схема системы вида



Необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателю качества переходных процессов: $t_n \le 10$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0 \le 3\%$.

12.3. Для объекта вида $W_0(p) = 10/[(10p+1)(0{,}01p^2 + 0{,}1p + 1)]$ в системе на рис.12.2 необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 10$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0 \le 5\%$.

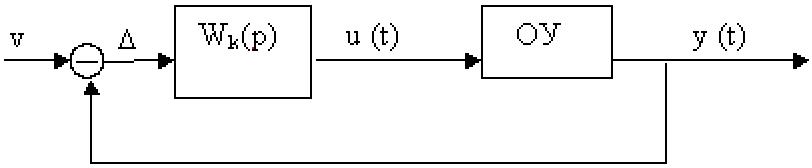
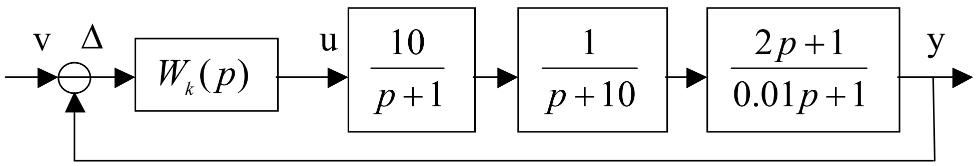


Рис.12.2.

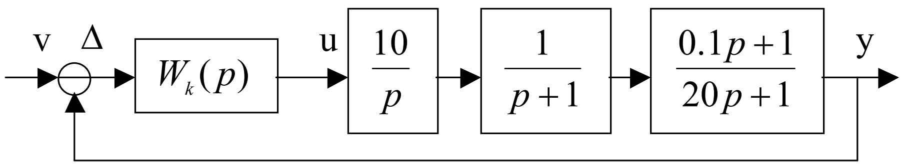
12.4. Дана структурная схема системы вида



Необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 5$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0 \le 3\%$.

12.5. Дана система вида $W_0(p) = [10(p+1)]/[p(0{,}01p^2 + 0{,}1p + 1)]$ для системы на рис.12.2 необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 3$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0{}_{ск} \le 3\%$.

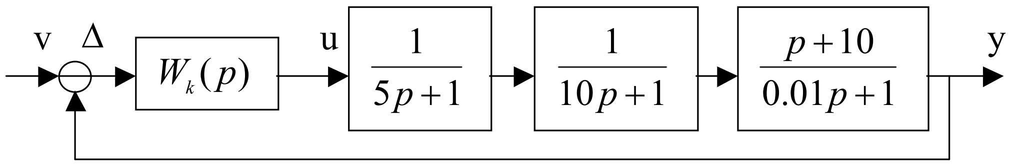
12.6. Дана структурная схема системы вида



Необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 3$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0{}_{ск} \le 5\%$.

12.7. Дана модель объекта вида $W_0(p) = 100/[(p+10)(100p^2 + 10p + 1)]$ на рис.12.2 необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 3$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0 \le 5\%$.

12.8. Дана структурная схема системы вида



Необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 5$с, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0 \le 5\%$.

12.9. Дана модель объекта управления вида

$$W_0(p) = \frac{10(p+0{,}1)}{p(5p+1)(0{,}1p+1)},$$

Для системы на рис.12.2 необходимо рассчитать параметры корректирующего звена частотным методом по требованиям к показателям качества переходных процессов: $t_n \le 2c.$, $\sigma = 30\%$, $\Delta^0{}_{ск} \le 3\%$.

12.10. Известны передаточная функция $W_0(p)$ нескорректированной системы и требования к качеству процессов, необходимо рассчитать параметры регулятора в системе на рис.12.2 частотным методом, где $\sigma \approx 30\%$; $t_п \approx 1{,}5$ с ; $\Delta^0 = 1\%$.

$$W_0(p) = \frac{10}{(p+100)(0.25 \cdot p^2 + 0.425 \cdot p + 1)}$$

12.11. Известны передаточная функция $W_0(p)$ нескорректированной системы и требования к качеству процессов, необходимо рассчитать параметры регулятора в системе на рис.12.2 частотным методом, где необходимо обеспечить требования $\sigma \le 30\%$, $t_n \le 10c$ при

$$W_0(p) = \frac{10}{p(p+1)(0.1p+1)}.$$

12.12. Известны передаточная функция $W_0(p)$ нескорректированной системы и требования к качеству процессов, необходимо рассчитать параметры регулятора (рис.12.2) частотным методом, где $\sigma \approx 20\%$; $t_п \approx 2$ с ; $\Delta^0 = 5\%$;

$$W_0(p) = 50/[(10p+1)(p+1)(0.01p+1)].$$

12.13. Решить задачу 12.12, полагая что $W_0(p) = 2/[(0.1p+1)(0.01p+1)]$

12.14. Используя частотный метод синтеза, найти параметры корректирующего звена $W_k(p)$, обеспечивающего выполнение требований $\Delta(t=\infty) \le 1\%$, $\sigma \le 30\%$, $t_п \approx 10$ с в системе на рис.12.2. Математическая модель объекта управления имеет вид :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_2 + 10u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

12.15. Используя частотный метод синтеза, рассчитать параметры корректирующего звена $W_k(p)$, обеспечивающего выполнение в замкнутой системе (рис.12.2) следующих требований : $\Delta(t=\infty) \le 1\%$, $\sigma \le 30\%$, $t_п \approx 20$ с. Модель ОУ имеет следующий вид :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

12.16. Используя частотный метод синтеза, вычислить параметры корректирующего звена $W_k(p)$, позволяющего обеспечить следущие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе (рис.12.2): $\bar{\Delta}(\omega) = 20 рад/сек) \approx 1\%$, $\sigma \approx 10\%$, $t_п \approx 4$ с, где $\bar{\Delta}(\omega)$-величина относительной ошибки воспроизведения гармонического сигнала на частоте ω [$с^{-1}$]. Модель ОУ задана уравнением : $0.1y^{(2)} + y^{(1)} = 2u$

12.17. Используя частотный метод синтеза, вычислить параметры последовательного корректирующего звена $W_k(p)$, позволяющего обеспечить следущие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе рис.12.2: $\bar{\Delta}^0 \approx 1\%$, $t_п \approx 800$ с, $\sigma \approx 25\%$, $\bar{\Delta}^0$-величина относительной ошибки в равновесном режиме. Модель ОУ задана передаточной функцией : $W_0(p) = 10/(0.1p^2 + 10.01p + 1)$

12.18. Используя частотный метод синтеза, вычислить параметры последовательного корректирующего звена $W_k(p)$, позволяющего обеспечить следущие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе рис.12.2: $\bar{\Delta}^0 \approx 2\%$, $t_п \approx 100$ с, $\sigma \approx 20\%$, $\bar{\Delta}^0$-величина относительной ошибки в равновесном режиме. Модель ОУ задана передаточной функцией: $W_0(p) = 10/[(0.1p+1)(0.01p+1)(p+1)]$.

12.19. Используя частотный метод синтеза, вычислить параметры последовательного корректирующего звена $W_k(p)$, позволяющего обеспечить следущие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе рис.12.2: $\bar{\Delta}_{ск} \approx 1\%$, $t_п \approx 6$ с, $\sigma \approx 20\%$, $\bar{\Delta}_{ск}$ -величина относительной скоростной ошибки по входу v. Модель ОУ задана передаточной функцией : $W_0(p) = 0.1/(10^{-3}p^3 + 0.11p^2 + p)$.

Тема 13. Анализ управляемости.

Пример 13.1. Проверить свойство управляемости для объекта, модель которого задана системой дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_3 - 5x_2 - x_1 + u. \end{cases}$$

Решение. Определим матрицу коэффициентов системы (A) и матрицу входа (B)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -5 & -1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Порядок системы равен 3, следоавательно, матрица управляемости имеет вид $Q = \begin{pmatrix} B & AB & A^2B \end{pmatrix}$.

Вычислим матрицы произведений

$$AB = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \ A^2B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Составим матрицу управляемости

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix},$$

ее определитель равен $detQ = -1$, следовательно, объект управляем.

Задачи

13.1. Проверить свойство управляемости для объекта, модель которого задана системой дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 5x_2 + 2u. \end{cases}$$

13.2. Проверить свойство управляемости для объекта, модель которого задана системой дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Найти передаточную функцию модели объекта, вычислить нули и полюса.

13.3. Проверить свойство управляемости для объекта, модель которого задана системой дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + u, \\ y = x_1 + 3x_2. \end{cases}$$

Найти передаточную функцию модели объекта, вычислить нули и полюса.

13.4. Проверить свойство управляемости для объекта, модель которого задана системой дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_2 + x_3, \\ y = x_1 - x_3 + 2u. \end{cases}$$

13.5. Модель объекта управления задана передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{2p+1}{p^2 + 5p + 6}.$$

Записать уравнения модели в форме Коши, проверить свойство управляемости.

13.6. Модель объекта управления задана передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{p+1}{p^2 + 3p + 2}.$$

Записать уравнения модели в форме Коши, проверить свойство управляемости.

13.7. Уравнения состояний системы имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_1 - x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = x_2 - 5x_3 - u, \\ \dot{x}_3 = -x_1 + x_3 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Проверить свойство управляемости объекта.

13.8. Модель объекта описывается передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{2}{p^3 + 4p^2 + 3p + 5}.$$

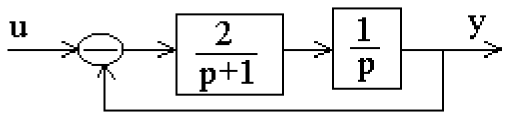
Проверить управляемость объекта.

13.9. Модель объекта описывается передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{2}{p^2 + 5p + 1}.$$

Проверить управляемость объекта.

13.10. Дана структурная схема объекта:



Проверить управляемость объекта.

13.11. Модель линейного объекта задана матрицами ABC следующего вида:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Проверить управляемость объекта.

13.12. Даны уравнения состояний системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Проверить свойство управляемости объекта.

Тема 14. Модальный метод синтеза.

Пример 14.1. Модель объекта управления имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 2x_2 + x_1 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases} \qquad (14.1)$$

Требуется вычислить параметры закона управления на основе матричной процедуры модального метода синтеза, обеспечивающего выполнение следующих условий: $\sigma\% \le 30\%$; $t_n \approx 10$ с.

Решение. Закон управления для объекта второго порядка имеет вид

$$u = k_1 x_1 + k_2 x_2 + dv, \qquad (14.2)$$

где k_1, k_2, d - неизвестные коэффициенты (параметры регулятора), значение которых необходимо определить.

Подставив уравнение (14.2) в (14.1), получим систему уравнений, которая описывает замкнутую систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 2(1 + k_2)x_2 + (1 + 2k_1)x_1 + dv, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Матрицы коэффициентов системы равны

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 + 2k_1 & 2(1 + k_2) \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Определим характеристический полином системы

$$\det(pI - A) = p^2 - 2p(1 + k_2) - (1 + 2k_1). \qquad (14.3)$$

Неизвестные коэффициенты k_1 и k_2 можно определить из равенства (14.3) полиному желаемого вида ($C_{жс}(p)$). На основе значения $\sigma\%$ и t_n найдем область допустимого расположения корней замкнутой системы. Порядок системы равен 2, поэтому выбираем из области два корня, например, $p_{1,2} = -0.4 \pm j$.

Находим желаемый полином:

$$C_{ж}(p) = (p - p_1)(p - p_2) = ((p + 0.4)^2 + 1) = p^2 + 0.8p + 1.16 \quad (14.4)$$

Приравняв коэффициенты полиномов (14.3) и (14.4) при одинаковых степенях p, имеем

$$k_2 = -0.6; \quad k_1 = -0.08 \ .$$

Из условия статики: $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = v$, определим неизвестный коэффициент

$$d = (CA^{-1}B)^{-1} = 0.43 \ .$$

Уравнение регулятора имеет вид

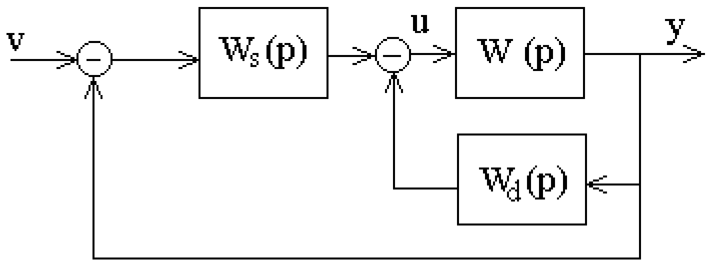
$$u = -0.08x_1 - 0.6x_2 + 0.43v$$

Пример 14.2. Для объекта модель которого имеет вид

$$W(p) = \frac{5}{p^2 + 3p - 1},$$

рассчитать параметры регулятора , используя операторную процедуру модального метода синтеза. Требования к качеству процессов в системе следующие: $t_n \le 3$ с; $\sigma = 0\%$; $\Delta^0_{ст} = 0$.

Решение. Расчетная структурная схема замкнутой системы



где $W_s(p) = k/p$ - составляющая регулятора, обеспечивающая нулевую статическую ошибку; $W_d(p) = (d_1 p + d_0)/5$ - составляющая регулятора, обеспечивающая динамические свойства; (k, d_1, d_0) – неизвестные коэффициенты.

Запишем характеристическое уравнение замкнутой системы

$$A(p) = p(p^2 + 3p - 1 + d_1 p + d_0) + 5k = 0$$

или

$$A(p) = p^3 + (3 + d_1)p^2 + (d_0 - 1)p + 5k = 0.$$

Сформируем желаемое характеристическое уравнение 3-го порядка, выбрав распределение корней обеспечивающее заданное качество процессов

$$\lambda_1 = -2; \ \lambda_2 = -2.5; \ \lambda_3 = -3.$$

Получим желаемое характеристическое уравнение

$$C(p) = (p - \lambda_1)(p - \lambda_2)(p - \lambda_3) = 0$$

или

$$C(p) = p^3 + 7.5p^2 + 18.5p + 15 = 0.$$

Приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях оператора p, получим расчетные соотношения

$$3 + d_1 = 7.5,\ d_0 - 1 = 18.5,\ 5k = 15.$$

Отсюда находим параметры регулятора

$$d_1 = 4.5;\ d_0 = 19.5;\ k = 3.$$

Задачи

14.1. Заданы требования к переходным процессам в системе в целом:

$$t_n \le 3c, \mu \le 1.5.$$

Записать желаемое характеристическое уравнение третьего порядка.

14.2. Заданы требования к переходным процессам в системе в целом:

$$t_n \le 5c, \sigma \le 20\%, \mathrm{n} = 4.$$

Записать желаемое характеристическое уравнение.

14.3. Составить модель системы стабилизации второго порядка, качество процессов в которой удовлетворяли следующим требованиям: $\Delta^0_{\text{ст}} = 5\%,\ t_{\text{п}} = 6\text{с},\ \sigma = 15\%,\quad \lim\limits_{t \to \infty} (v - y) \le \Delta_{\text{ст}},\quad v = \text{const}.$

14.4. Записать желаемый характеристический полином четвертого порядка по заданным показателям качества процессов: $\Delta^0_{\text{ст}} \le 10\%, t_{\text{п}} \le 3\text{с}, \sigma = 30\%.$

14.5. Записать желаемый характеристический полином третьего порядка по заданным показателям качества процессов: $\Delta^0_{\text{ст}} \approx 0\%, t_{\text{п}} \le 10\text{с}, \sigma \le 40\%.$

14.6. Для объекта, модель которого задана передаточной функцией

$$W(p) = 2/(p-1),$$

заданы требования к переходным процессам в системе в целом: $t_n \le 1c, \sigma = 0\%.$ Рассчитать параметры регулятора модальным методом синтеза.

14.7. Для объекта, модель которого описывается передаточной функцией

$$W(p) = 2/(p^3 + 4p^2 + p - 1),$$

Заданы требования к переходным процессам в системе в целом: $t_n \le 1c, \sigma \le 30\%.$ Найти параметры регулятора модальным методом синтеза.

14.8. Модель объекта управления имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Заданы требования к переходным процессам в системе в целом: $t_n \le 3c, \sigma \le 30\%$. Рассчитать параметр регулятора модальным методом синтеза.

14.9. Модель объекта управления имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 - x_3 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Заданы требования к переходным процессам в системе в целом: $t_n \le 3c, \sigma = 0\%$. Вычислить параметры регулятора модальным методом синтеза.

14.10. Модель объекта управления имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2, \\ y = x_1 - x_2. \end{cases}$$

Рассчитать параметры регулятора модальным методом синтеза. Обеспечить требования: $t_n \approx 10$ с, $\sigma \le 30\%$.

14.11. Задан объект, поведение которого описывается передаточной функцией вида $W_0(p) = [2(3p+1)]/[(5p+1)(p+2)]$. Рассчитать параметры регулятора модальным методом так, чтобы качество переходных процессов в замкнутой системе соответствовало следующим оценкам: $t_n \le 10$ с, $\sigma \le 30\%, \Delta^0{}_{cm} \le 2\%$ от v.

14.12. Модель объекта описывается передаточной функцией вида

$$W_0(p) = 2/[(3p+1)(0{,}5p+1)].$$

Рассчитать параметры регулятора модальным методом синтеза по требованиям к качеству переходных процессов: $t_n \le 3$ с, $\sigma \le 0\%$, $\Delta^0{}_{cm} \le 2\%$ от v.

14.13. Модель объекта заданна системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2, \\ y = x_1 - x_2. \end{cases}$$

Рассчитать параметры регулятора модальным методом синтеза по требованиям к качеству переходных процессов: $t_n \le 3 \quad c, \sigma \le 30\%, \Delta^0{}_{cm} = 0\%$ от v.

14.14. Для объекта, поведение которого описывается передаточной функцией вида $W_0(p) = [5(2p+1)]/(p^2 + 3p - 1)$, рассчитать параметры регулятора модальным методом по требованиям к качеству переходных процессов:

$t_n \le 5 \quad c, \sigma \le 0\%, \Delta^0{}_{cm} \le 2\%$ от v.

14.15. Задана модель объекта и требования к переходным процессам в системе: $\dot{y} - y = 2u,$ $\Delta^0{}_{ст} = 0\%, \mathrm{t}_{п} \le 1\mathrm{с}, \sigma = 0\%.$ Требуется определить параметры регулятора модальным методом синтеза, изобразить структурную схему системы.

14.16. Передаточная функция объекта управления имеет вид:
$W(p) = 10/(4p^2 + 0.4p + 1).$ Используя модальный метод синтеза рассчитать параметры регулятора, который обеспечивает выполнение следующих требований: $\Delta(t = \infty) = 0, \sigma \le 30\%, t_n \approx 1c.$

14.17. Используя модальный метод синтеза рассчитать параметры регулятора, обеспечивающего выполнение в замкнутой системе следующих требований: $\Delta(t = \infty) = 0, \sigma \le 30\%, t_n \approx 1$ с. Модель объекта управления имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + x_2 + 10u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

14.18. Вычислить параметры закона управления на основе модального метода синтеза. Необходимо обеспечить выполнение следующих условий: $\sigma \le 30\%; t_n \approx 10c; \Delta^0{}_{cm} = 0;$ при $f \in [-5;5]$. Модель объекта управления имеет вид:

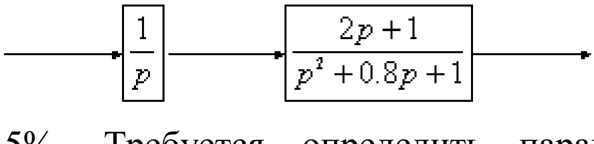
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_2 + 2u + f, \\ y = x_1. \end{cases}$$

14.19. Заданы модель объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -0.25x_1 - 0.1x_2 + 0.025u, \\ y = x_1, \end{cases}$$

и значения желаемых корней характеристического уравнения системы $p_{1,2} = -2 \pm j, p_3 = -1,$ при $\Delta = 0$ %. Требуется рассчитать параметры регулятора модальным методом, изобразить структурную схему (для реализации корректора динамики использовать параллельную модель объекта).

14.20. Задана модель объекта и требования к переходному процессу в системе:



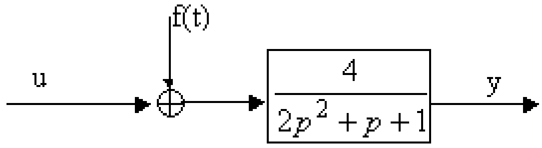
$\Delta^0{}_{cm} = 0\%, t_n \approx 2\mathrm{c}, \sigma \approx 15\%.$ Требуется определить параметры регулятора модальным методом синтеза, изобразить структурную схему системы.

14.21. Для объекта с передаточной функцией вида

$$W_0(p) = \frac{2(p-1)}{(2p-1)(p+2)}$$

рассчитать параметры регулятора модальным методом синтеза по заданным требованиям к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе: $t_n \approx 3c, \sigma \approx 30\%$.

14.22. На основе модального метода синтеза рассчитать параметры закона управления, при которых будут выполнены следующие условия для переходных процессов по y(t): $t_n \approx 30c; \sigma \le 30\%; \Delta^0_{cm} = 0$. Полагать, что $f \in [-10;10]$.



Тема 15. Анализ наблюдаемости. Наблюдатели состояния.

Пример 15.1. Используя операторную процедуру модального метода, рассчитать наблюдатель состояния для объекта, заданного системой дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - 3x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + u, \\ y = 2x_1 + x_2. \end{cases}$$

Для ошибки наблюдателя обеспечить следующие требования к показателям качества переходного процесса: $t_n \approx 1c, \sigma = 30\%$.

Решение. Определим матрицы коэффициентов объекта

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix};\ C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix},$$

зная которые можно найти передаточную функцию:

$$W_o(p) = C(pI - A)^{-1}B,\ \ I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W_o(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{3p-8}{p^2 - 2p + 4}.$$

В качестве наблюдателя состояния выберем фильтр (рис.15.1), который состоит из модели объекта: $W_м(p) = W_o(p)$ и корректирующей добавки в виде динамического звена $L(p) = k\dfrac{\tau_1 p + 1}{\tau_2 p + 1}$.

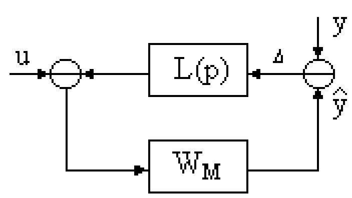


Рис.15.1.

Характеристическое уравнение наблюдателя имеет вид

$$N(p) = A(p) + B(p)L(p) = 0$$

или $p^3 + p^2(\frac{1}{\tau_2} - 2 + 3\frac{k\tau_1}{\tau_2}) + p(4 - \frac{2}{\tau_2} + \frac{3k}{\tau_2} - \frac{8k\tau_1}{\tau_2}) + \frac{4-8k}{\tau_2} = 0$.

Согласно требованиям к показателям качества переходного процесса определим допустимую область расположения корней характеристического уравнения, выберем три корня $p_{1,2} = -30 + j78,\ p_3 = -30,$

Запишем желаемый характеристический полином наблюдателя

$$N_{жс}(p) = p^3 + 90p^2 + 8784p + 209520.$$

Из равенства $N(p) = N_{жс}(p)$ находим неизвестные коэффициенты передаточной функции $L(p), (k, \tau_1, \tau_2)$

Пример 15.3. Проверить свойство наблюдаемости для системы, модель которой имеет

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 - 2x_2 + 10u, \\ y = x_1 - 3x_2. \end{cases}$$

Вычислить нули и полюса передаточной функции данной системы.

Решение. Определим матрицы системы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Составим матрицу наблюдаемости

$$N = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 15 & 7 \end{bmatrix}.$$

Система одноканальная, а $\det N \neq 0$, поэтому свойство наблюдаемости выполняется. Запишем передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{10(1-3p)}{p^2 + 2p + 5}.$$

Полюса передаточной функции определим по характеристическому уравнению $p^2 + 2p + 5 = 0$, откуда $p_{1,2} = -2 \pm j.$

Полюса определим по соотношению $1 - 3p = 0.$

Пердаточная функция системы имеет один нуль $z_1 = 1/3.$

Задачи

15.1. Проверить наблюдаемость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 4u, \\ \dot{x}_2 = -9x_2 + 0.2u. \end{cases}$$

15.2. Проверить наблюдаемость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 0.5x_2 + 0.9u, \\ y = 3x_1 + x_2. \end{cases}$$

15.3. Проверить наблюдаемость системы $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$, где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.3 & 0 & 1.3 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -2.1 & 0 & 2.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

15.4. Проверить свойство наблюдаемости для объекта , математическая модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 2x_2 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Вычислить нули и полюса передаточной функции объекта управления.

15.5. Проверить свойство наблюдаемости для объекта, математическая модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 2x_2 + u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Вычислить нули и полюса передаточной функции объекта управления.

15.6. Проверить свойство наблюдаемости для объекта, математическая модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + u, \\ y = x_1 + 3x_2. \end{cases}$$

Вычислить нули и полюса передаточной функции объекта управления.

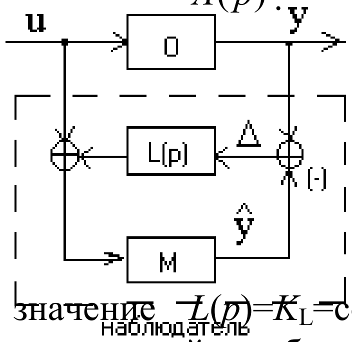
15.7. На основе матричной процедуры выполнить расчет наблюдателя состояния для объекта, заданного моделью вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Обеспечить следующие требования и показатели качества переходных процессов для ошибки наблюдения: $t_n \approx 3\ c, \sigma = 0\%$. Получить структурную схему наблюдателя состояния.

15.8. По виду схемы соединения объекта и наблюдателя записать передаточную функцию и характеристическое уравнение наблюдателя.
Здесь *O* - объект, *M* - модель, *L*(*p*) - динамическое звено.

$$W_o(p) = W_M(p) = \frac{B(p)}{A(p)}.$$



15.9. Определить значение $L(p)=K_L=\text{const}$ из условия обеспечения требуемой относительной статической ошибки наблюдателя, если известно, что $A(0)=10; B(0)=4; \Delta^o_{cm}=0.02$.

15.10. Передаточная функция объекта имеет вид $W_o(p) = 0.2/(p^2+2p-1)$.Определить значение $K_L = L(p)$ из условия устойчивости наблюдателя.

15.11. Для объекта с передаточной функцией вида

$$W_o(p) = \frac{0.5p+1}{p^2+5.1p+0.5}$$

определить параметры корректирующего звена $L(p) = K_L \cdot \dfrac{T_{L1}p+1}{T_{L2}p+1}$ из условия обеспечения желаемых показателей качества процессов в наблюдателе: $t_{пн} \approx 0.3c; \sigma \le 18\%; \Delta^0{}_{cm}\% \le 5\%$. Изобразить структурную схему наблюдателя.

15.12. Для объекта с передаточной функцией вида

$$W_o(p) = \frac{0.8p^2+0.4p+1}{5p^2+4.4p-2}$$

определить структуру и параметры корректирующего звена наблюдателя для обеспечения следующих показателей качества процессов на выходе наблюдателя: $t_{пн} \le 0.1c; \sigma \le 30\%; \Delta^0{}_{cm}\% \le 10\%$.

15.13. Рассчитать наблюдатель состояния для объекта, заданного системой дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 3x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + u, \\ y = 2x_1 + x_2. \end{cases}$$

Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов для ошибки наблюдения: $t_n \approx 1\, c, \sigma = 30\%$. Получить структурную схему наблюдателя состояния.

15.14. На основе матричной процедуры выполнить расчет наблюдателя состояния для объекта, заданного моделью в виде передаточной функции

$$W(p) = \frac{2(p+1)}{8p^2 + 6p + 1}.$$

Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов для ошибки наблюдения: $t_n \approx 0.3\, c, \sigma = 0\%$. Получить структурную схему наблюдателя состояния.

15.15. На основе операторной процедуры выполнить расчет наблюдателя состояния для объекта, заданного моделью вида $W(p) = (2p+1)/(p^2 - 1)$. Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов для ошибки наблюдения: $t_n \approx 3\, c, \sigma = 30\%$. Получить структурную схему наблюдателя состояния.

15.16. На основе операторной процедуры выполнить расчет наблюдателя состояния для объекта, заданного моделью вида $W(p) = 5/(p^3 + p^2 - p + 1)$. Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов для ошибки наблюдения: $t_n \approx 1\, c, \sigma = 0\%$. Получить структурную схему наблюдателя состояния.

15.17. Выполнить расчет наблюдателя состояния для объекта, заданного моделью вида $W(p) = (p-1)/(p^2 + p + 1)$. Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов для ошибки наблюдения: $t_n \approx 0.2\, c, \sigma = 30\%$. Получить структурную схему наблюдателя состояния.

Тема 16. Модальный метод синтеза. Реализация регулятора.

Пример 16.1. Известны модель объекта, значения желаемых корней характеристического уравнения системы.

$$W_0(p) = \frac{0.2}{p^2 + 2p - 1},\ p_1 = 1;\ p_{2,3} = -2 \pm j2$$

Требуется определить параметры регулятора модальным методом для системы с нулевой статической ошибкой; рассчитать наблюдатель с корректирующим динамическим звеном

$$L(p) = \frac{K_L(T_{1L} + 1)}{T_{2L}\, p + 1}$$

и полюсами $p_{1,2} = -20 \pm j10,\ p_3 = -30.$

Решение. Нулевая статическая ошибка системы будет обеспечена, если выбрать корректоры статики ($W_S(p)$) и динамики ($W_d(p)$) в виде

$$W_S(p) = \frac{k_S}{p}, \ W_d(p) = \frac{D(p)}{B(p)},$$

где k_S - коэффициент передачи, $B(p)$ - полином числителя передаточной функции объекта управления (в примере $B(p) = 0.2$), $D(p)$ - полином степени (n - 1), n – порядок объекта, $D(p) = d_1 p + d_0$.

Структурная схема замкнутой системы приведена на рис.16.1.

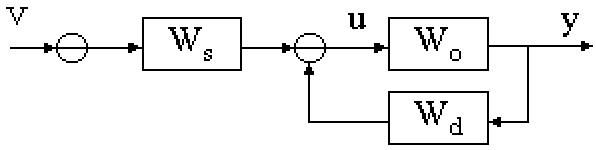


Рис.16.1.

Определим неизвестные коэффициенты корректирующих звеньев: k_S, d_1, d_0. По структурной схеме запишем характеристический полином замкнутой системы:

$$p(A(p) + D(p)) + k_S B(p) = p^3 + (2 + d_1)p^2 + (d_0 - 1)p + 0.2k_S$$

По известным корням найдем желаемый полином замкнутой системы:

$$(p+1)(p^2 + 4p + 8) = p^3 + 5p^2 + 12p + 8.$$

Приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях p, получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 2 + d_1 = 5, \\ d_0 - 1 = 12, \\ 0.2k_S = 4. \end{cases}$$

Решение системы: $d_1 = 3$, $d_0 = 13$, $k_S = 40$.

Корректирующие звенья с найденными значениями коэффициентов имеют передаточные функции вида: $W_S(p) = 40/p; W_d(p) 15p + 65$.

Корректор динамики является форсирующим звеном. Одним из способов реализации корректора динамики является введение наблюдателя состояния в виде параллельной модели ($W_M(p)$) с корректирующим звеном ($L(p)$) (рис.16.2)

$$W_M(p) = W_O(p); L(p) = k_L \frac{T_{1Lp} + 1}{T_{2Lp} + 1}.$$

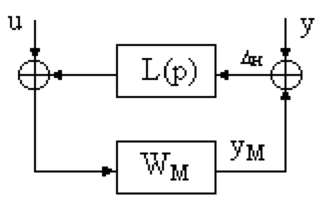


Рис.16.2.

Для расчета коэффициентов k_L, T_{1L}, T_{2L} используем модальный метод. Характеристические уравнения наблюдателя действительное и желаемое

$$A(p) + L(p)B(p) = 0 \text{ или}$$

$$p^3 + \frac{(2T_{2L} + 1)}{T_{2L}} p^2 + \frac{(-T_{2L} + 2 + 0.2k_L T_{1L})}{T_{2L}} - \frac{1 - 0.2k_L}{T_{2L}} = 0;$$

$$(p+30)((p+20)^2 + 100) = p^3 + 70p^2 + 1700p + 15000.$$

Составим систему уравнений и найдем неизвестные коэффициенты $L(p)$:

$$\begin{cases} \dfrac{2T_{2L} + 1}{T_{2L}} = 70, \\ \dfrac{-T_{2L} + 2 + 0.2k_L T_{1L}}{T_{2L}} = 1700, \\ \dfrac{0.2k_L - 1}{T_{2L}} = 15000, \end{cases}$$

$$T_{1L} = 0.1, T_{2L} = 0.015, k_L = 1108.$$

Отметим, что использование наблюдателя для реализации корректора динамики имеет смысл, когда $\deg D(p) - \deg B(p) \ge 2$.

Задачи

16.1. Известна модель объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -0.25x_1 - 0.1x_2 + 0.025u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Задано требование $\Delta^0 = 0\%$ и значения желаемых корней характеристического уравнения системы при, $p_{1,2} = -2 \pm j, p_3 = -1.$ Рассчитать параметры регулятора, изобразить структурную схему. Для реализации корректора динамики использовать параллельную модель объекта. Учесть, что для измерения доступен только выход y, $\Delta^0 = \lim\limits_{t \to \infty} \{v - y(t)\}.$

16.2. Известна модель объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -0.6x_1 - 0.2x_2 + 0.25u, \\ y = 2x_1. \end{cases}$$

Заданы желаемые показатели качества процессов в системе $\Delta^0 = 5\%, t_n \le 1c, \sigma \le 10\%.$ Требуется:

1) определить показатели качества переходного процесса собственно объекта управления и сравнить их с желаемыми показателями;

2) рассчитать параметры регулятора, уравнение которого имеет вид: $u = k_1 x_1 + k_2 x_2 + kv$;

3) изобразить структурную схему системы управления с параллельной моделью.

16.3. Известна модель объекта $\dddot{y} + 0{,}2\ddot{y} + 4y = 2\dot{u} - u$, заданы желаемые показатели качества переходных процессов в системе $\Delta^0 \le 2\%, t_n \le 0.5c, \sigma \le 10\%.$ Рассчитать параметры регулятора $u = k_1 y + k_2 \dot{y} + dv$, определить параметры наблюдателя, изобразить структурную схему системы управления.

16.4. Известна модель объекта $W_o(p) = 0.2/(p^2 + 2p - 1),$ заданы значения желаемых корней характеристического уравнения системы $p_1 = 1; p_{2,3} = -2 \pm j2.$

Определить параметры регулятора модальным методом для системы с нулевой статической ошибкой. Рассчитать наблюдатель с корректирующим динамическим звеном $L(p) = [K_L(T_{1L}p + 1)]/(T_{2L}p + 1)$, задавая следующие корни характеристического уравнения наблюдателя: $p_{1,2} = -20 \pm j10, p_3 = -30$. Изобразить структурную схему системы уравнения.

16.5. Выполнить расчет регулятора, используя матричную процедуру модального метода синтеза для объекта, модель которого имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + u, \\ y = x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

Измерению доступен только выход объекта управления. Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе: $\Delta^0 \approx 5\%, t_n \approx 6c, \sigma \approx 30\%$. Получить структурную схему регулятора.

16.6. Выполнить расчет регулятора, используя матричную процедуру модального метода синтеза для объекта, модель которого имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2 + 3u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Измерению доступен только выход объекта управления. Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе: $\Delta^0 \approx 1\%, t_n \approx 3c, \sigma \approx 0\%.$ Получить структурную схему регулятора.

16.7. Выполнить расчет регулятора, используя матричную процедуру модального метода синтеза для объекта, модель которого имеет вид: $W(p) = (3p + 1)/(2p^2 - p + 1).$ Измерению доступен только выход объекта управления. Обеспечить следующие требования к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе: $\Delta^0 \approx 5\%, t_n \approx 1c, \sigma \approx 30\%.$ Получить структурную схему регулятора.

16.8. Выполнить расчет регулятора, используя операторную процедуру модального метода синтеза для объекта, модель которого имеет вид: $W(p) = 2/(3p^2 + p - 1).$ Измерению доступен только выход объекта управления. Обеспечить следующие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе: $\Delta^0 \approx 0\%, t_n \approx 2c, \sigma \approx 10\%.$ Получить структурную схему регулятора.

16.9. На основе модального метода синтеза выполнить расчет регулятора для объекта, модель которого имеет вид: $W(p) = (2p-1)/(3p^2 - 2p + 1).$ Измерению доступен только выход объекта управления. Обеспечить следующие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе: $t_п \approx 3с, \sigma \approx 30\%.$ Получить структурную схему регулятора.

16.10. Рассчитать параметры регулятора и наблюдателя состояний для объекта, поведение которого описывается передаточной функцией вида:

$$W_0(p) = \frac{5(3p+1)}{(p+1)(p-2)}.$$

Качество переходных процессов в замкнутой системе должно соответствовать следующим оценкам: $t_n \le 10\ c, \sigma\% = 30\%,$ $\Delta^0 \le 2\%$ от v. Изобразить структурную схему системы.

16.11. Рассчитать параметры регулятора и наблюдателя состояний для объекта, поведение которого описывается передаточной функцией вида:

$$W_0(p) = \frac{10}{(2p+1)(5p+1)}.$$

Качество переходных процессов в замкнутой системе должно соответствовать следующим оценкам: $t_n \le 12c, \sigma\% = 30\%,$ $\Delta^0 \le 5\%$ от v. Изобразить структурную схему системы.